Machines et entraînements électriques
ELE8401

Keyhan Sheshyekani

École Polytechnique de Montréal
e-mail: Keyhan.sheshyekani@polymtl.ca

Hiver 2018

Machine asynchrone symétrique: équation de tension

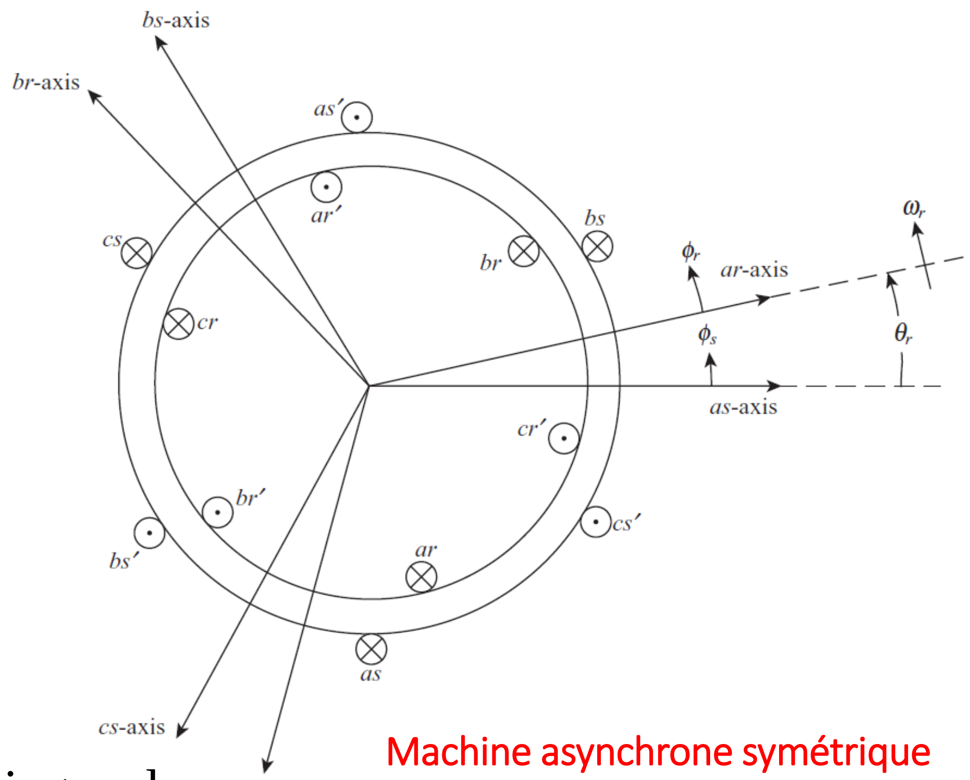
$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abcs} + p\boldsymbol{\lambda}_{abcs}$$

$$\mathbf{v}_{abcr} = \mathbf{r}_r \mathbf{i}_{abcr} + p\boldsymbol{\lambda}_{abcr}$$

où

$$(\mathbf{f}_{abcs})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}]$$

$$(\mathbf{f}_{abcr})^T = [f_{ar} \quad f_{br} \quad f_{cr}]$$



Machine asynchrone symétrique bipolaire, triphasé, connecté en étoile

Les deux $\mathbf{r}_s$ et $\mathbf{r}_r$ sont des matrices diagonales ayant chacune des éléments non nuls égaux

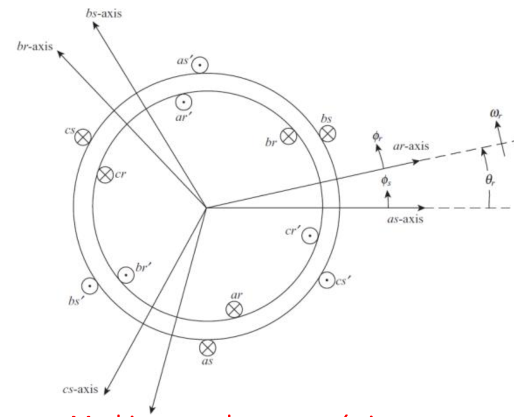
Machine asynchrone symétrique: équation de tension

$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abcs} + p\boldsymbol{\lambda}_{abcs}$$

$$\mathbf{v}_{abcr} = \mathbf{r}_r \mathbf{i}_{abcr} + p\boldsymbol{\lambda}_{abcr}$$

où

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ (\mathbf{L}_{sr})^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}_{abcr} \end{bmatrix}$$



Machine asynchrone symétrique bipolaire, triphasé, connecté en étoile

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix}$$

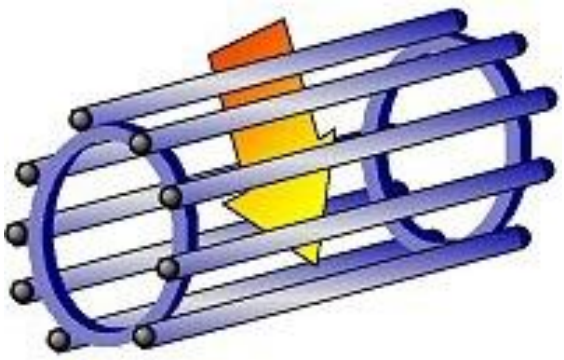
$$\mathbf{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r \end{bmatrix}$$

en négligeant les fuites mutuelles entre les enroulements du stator et entre les enroulements du rotor

Le moteur asynchrone triphasé

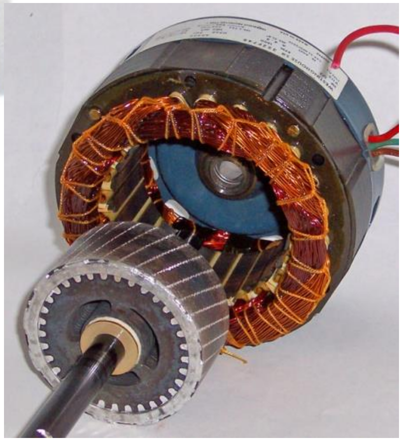
Le moteur asynchrone triphasé est largement utilisé dans l'industrie, sa simplicité de construction en fait un matériel très fiable et qui demande peu d'entretien.

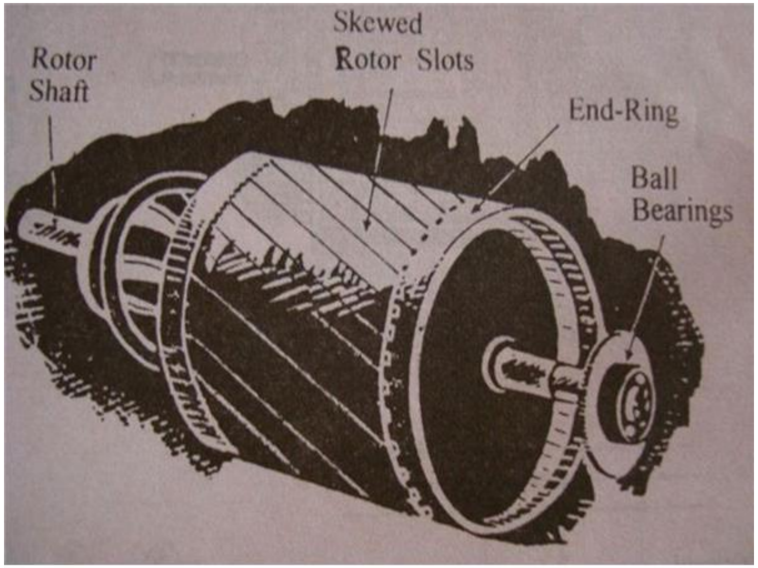
Le rotor est constitué de barres d'aluminium noyées dans un circuit magnétique. Ces barres sont reliées à leur extrémité par deux anneaux conducteurs et constituent une "cage d'écureuil". Cette cage est en fait un bobinage à grosse section et très faible résistance.



Hypothèses

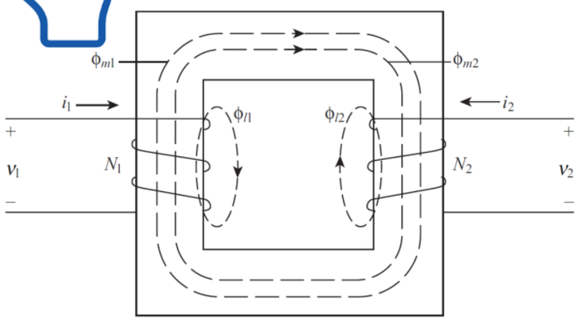
1. Il est supposé que tous les effets sur l'amplitude de la composante fondamentale de la forme d'onde MMF en raison de ***skewing*** et ***uniformément*** les enroulements de rotor distribués sont pris en compte dans la valeur de Nr.





Machines AC élémentaires

Rappel



système à couplage magnétique

$$\Phi_1 = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_{l1}} + \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_m} + \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_m}$$

$$\Phi_2 = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_{l2}} + \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_m} + \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_m}$$

$$\lambda_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{l1}} i_1 + \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_m} i_1 + \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}_m} i_2$$

$$\lambda_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{l2}} i_2 + \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_m} i_2 + \frac{N_2 N_1}{\mathcal{R}_m} i_1$$

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{l1}} + \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_m} = L_{l1} + L_{m1}$$

$$L_{22} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{l2}} + \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_m} = L_{l2} + L_{m2}$$

$$\frac{L_{m2}}{N_2^2} = \frac{L_{m1}}{N_1^2}$$

$$L_{12} = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}_m}$$

$$L_{21} = \frac{N_2 N_1}{\mathcal{R}_m}$$

$$L_{12} = \frac{N_2}{N_1} L_{m1} = \frac{N_1}{N_2} L_{m2}$$

Les inductances mutuelles peuvent être liées aux inductances magnétisantes

Machine asynchrone symétrique: équation de tension

Il est commode de référer toutes les variables du rotor aux enroulements du stator par des rapports de tours appropriés.

$$\mathbf{i}'_{abcr} = \frac{N_r}{N_s}\mathbf{i}_{abcr}$$

$$\mathbf{v}'_{abcr} = \frac{N_s}{N_r}\mathbf{v}_{abcr}$$

$$\boldsymbol{\lambda}'_{abcr} = \frac{N_s}{N_r}\boldsymbol{\lambda}_{abcr}$$

$$\mathbf{L}'_{sr} = \frac{N_s}{N_r}\mathbf{L}_{sr}$$

$$= L_{ms}\begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r \end{bmatrix}$$

$$\boxed{L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr}}$$

On a obtenu que $\begin{cases} L_{mr} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 L_{ms} \\ \mathbf{L}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \mathbf{L}_r \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} \end{bmatrix}$

Machine asynchrone symétrique: équation de tension

Les matrices d'inductance sont transférées du côté du stator

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls}+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls}+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls}+L_{ms} \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}'_{sr} = L_{ms}\begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r-\frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\ \theta_r & \cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr}+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr}+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr}+L_{ms} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}'_{sr} \\ (\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abcs} \\ \mathbf{v}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_s + p\mathbf{L}_s & p\mathbf{L}'_{sr} \\ p(\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{r}'_r + p\mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad \mathbf{r}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \mathbf{r}_r$$

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$W_f = \frac{1}{2}(\mathbf{i}_{abcs})^T \mathbf{L}_s \mathbf{i}_{abcs} + (\mathbf{i}_{abcs})^T \mathbf{L}'_{sr} \mathbf{i}'_{abcr} + \frac{1}{2}(\mathbf{i}'_{abcr})^T \mathbf{L}'_r \mathbf{i}'_{abcr}$$

$$f_e(\mathbf{i}, x) = \sum_{j=1}^{J}\left[i_j \frac{\partial \lambda_j(\mathbf{i}, x)}{\partial x} \right] - \frac{\partial W_f(\mathbf{i}, x)}{\partial x}$$

$$f_e(\mathbf{i}, x) = \frac{\partial W_c(\mathbf{i}, x)}{\partial x}$$

$$f_e(\boldsymbol{\lambda}, x) = -\frac{\partial W_f(\boldsymbol{\lambda}, x)}{\partial x}$$

$$f_e(\boldsymbol{\lambda}, x) = -\sum_{j=1}^{J}\left[\lambda_j \frac{\partial i_j(\boldsymbol{\lambda}, x)}{\partial x} \right] + \frac{\partial W_c(\boldsymbol{\lambda}, x)}{\partial x}$$

Note: For rotational systems, replace $\boldsymbol{f_e}$ with $\boldsymbol{T_e}$ and $\boldsymbol{x}$ with $\boldsymbol{\theta}$.

Rappel

Puisque la machine est magnétiquement linéaire, $W_f = W_c$

Le changement de l'énergie mécanique dans un système de rotation avec une entrée mécanique peut être écrite à partir de

$$dW_m = -T\, d\theta$$

$$\theta_r = \left(\frac{P}{2}\right)\theta_{rm}$$

$$dW_m = -T_e \left(\frac{2}{P}\right) d\theta_r \qquad T_e(\mathbf{i}, \theta_r) = \left(\frac{P}{2}\right)\frac{\partial W_c(\mathbf{i}, \theta_r)}{\partial \theta_r}$$

Puisque L_s et L_r' ne sont pas des fonctions de θ_r, ⟶

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right)(\mathbf{i}_{abcs})^T \frac{\partial}{\partial \theta_r}[\mathbf{L}'_{sr}]\mathbf{i}'_{abcr} \quad \textbf{N.m}$$

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right)(\mathbf{i}_{abcs})^T \frac{\partial}{\partial \theta_r}[\mathbf{L}'_{sr}]\mathbf{i}'_{abcr}$$

$$T_e = -\left(\frac{P}{2}\right)L_{ms}\left\{\left[i_{as}\left(i'_{ar} - \frac{1}{2}i'_{br} - \frac{1}{2}i'_{cr}\right) + i_{bs}\left(i'_{br} - \frac{1}{2}i'_{ar} - \frac{1}{2}i'_{cr}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. + i_{cs}\left(i'_{cr} - \frac{1}{2}i'_{br} - \frac{1}{2}i'_{ar}\right)\right]\sin\theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2}[i_{as}(i'_{br} - i'_{cr}) + i_{bs}(i'_{cr} - i'_{ar}) + i_{cs}(i'_{ar} - i'_{br})]\cos\theta_r\right\}$$

$$T_e = J\left(\frac{2}{P}\right)p\omega_r + T_L$$

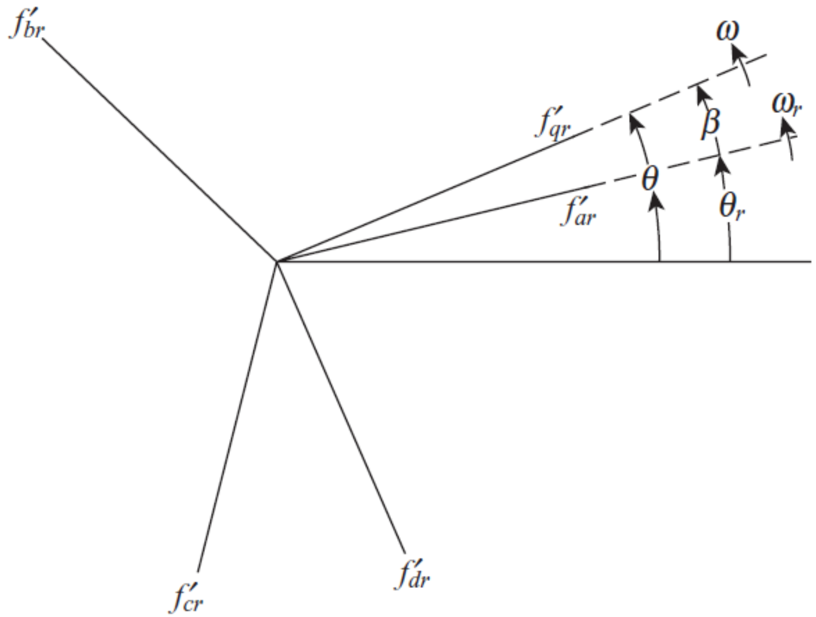
J: inertie du rotor Kg.m^2 or J.s^2

équations de transformation pour circuits de rotor

$$\mathbf{f}'_{qd0r} = \mathbf{K}_r \mathbf{f}'_{abcr}$$

$$(\mathbf{f}'_{qd0r})^T = [f'_{qr} \quad f'_{dr} \quad f'_{0r}]$$

$$(\mathbf{f}'_{abcr})^T = [f'_{ar} \quad f'_{br} \quad f'_{cr}]$$



$$\mathbf{K}_r = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\beta & \cos\left(\beta-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\beta+\frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\beta & \sin\left(\beta-\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\beta+\frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \theta - \theta_r$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r$$

$$(\mathbf{K}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 1 \\ \cos\left(\beta-\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\beta-\frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\beta+\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\beta+\frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

équations de transformation pour circuits de rotor

Remarque:

Toutes les équations pour les circuits stationnaires qu'on a déjà obtenues sont valables pour les circuits de rotor si θ est remplacé par β et ω par ω-ωr.

Les relations de phaseur et de régime permanant pour les circuits stationnaires, s'appliquent également aux circuits de rotor d'une machine asynchron si l'on se rend compte que les variables de rotor, lors d'un fonctionnement équilibré et stable, sont de la forme:

$$F'_{ar} = \sqrt{2}F'_r \cos\left[(\omega_e - \omega_r)t + \theta_{erf}(0)\right]$$

$$F'_{br} = \sqrt{2}F'_r \cos\left[(\omega_e - \omega_r)t + \theta_{erf}(0) - \frac{2\pi}{3}\right]$$

$$F'_{cr} = \sqrt{2}F'_r \cos\left[(\omega_e - \omega_r)t + \theta_{erf}(0) + \frac{2\pi}{3}\right]$$

équations de tension en dq

Selon ce qu'on a déjà obtenu:

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{qd0s} + \omega \boldsymbol{\lambda}_{dqs} + p\boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \qquad (\boldsymbol{\lambda}_{dqs})^T = [\lambda_{ds} \quad -\lambda_{qs} \quad 0]$$

$$\mathbf{v}'_{qd0r} = \mathbf{r}'_r \mathbf{i}'_{qd0r} + (\omega - \omega_r)\boldsymbol{\lambda}'_{dqr} + p\boldsymbol{\lambda}'_{qd0r} \qquad (\boldsymbol{\lambda}'_{dqr})^T = [\lambda'_{dr} \quad -\lambda'_{qr} \quad 0]$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{f}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{f}_{abcs} \\ \mathbf{f}'_{qd0r} = \mathbf{K}_r \mathbf{f}'_{abcr} \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}'_{sr} \\ (\mathbf{L}'_{sr})^T & \mathbf{L}'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}'_{abcr} \end{bmatrix} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} (\mathbf{K}_r)^{-1} \\ \mathbf{K}_r (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_r \mathbf{L}'_r (\mathbf{K}_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{qd0s} \\ \mathbf{i}'_{qd0r} \end{bmatrix}$$

équations de tension en dq

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls}+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls}+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls}+L_{ms} \end{bmatrix} \Longrightarrow \mathbf{K}_s\mathbf{L}_s(\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls}+L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls}+L_M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad L_M = \frac{3}{2}L_{ms}$$

$$\mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr}+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr}+L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr}+L_{ms} \end{bmatrix} \Longrightarrow \mathbf{K}_r\mathbf{L}'_r(\mathbf{K}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L'_{lr}+L_M & 0 & 0 \\ 0 & L'_{lr}+L_M & 0 \\ 0 & 0 & L'_{lr} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}'_{sr} = L_{ms}\begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r-\frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\ \theta_r & \cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta_r \end{bmatrix} \Longrightarrow \mathbf{K}_s\mathbf{L}'_{sr}(\mathbf{K}_r)^{-1} = \mathbf{K}_r(\mathbf{L}'_{sr})^T(\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

équations de tension en dq

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{qd0s} + \omega \boldsymbol{\lambda}_{dqs} + p\boldsymbol{\lambda}_{qd0s}$$

$$\mathbf{v}'_{qd0r} = \mathbf{r}'_r \mathbf{i}'_{qd0r} + (\omega - \omega_r)\boldsymbol{\lambda}'_{dqr} + p\boldsymbol{\lambda}'_{qd0.}$$

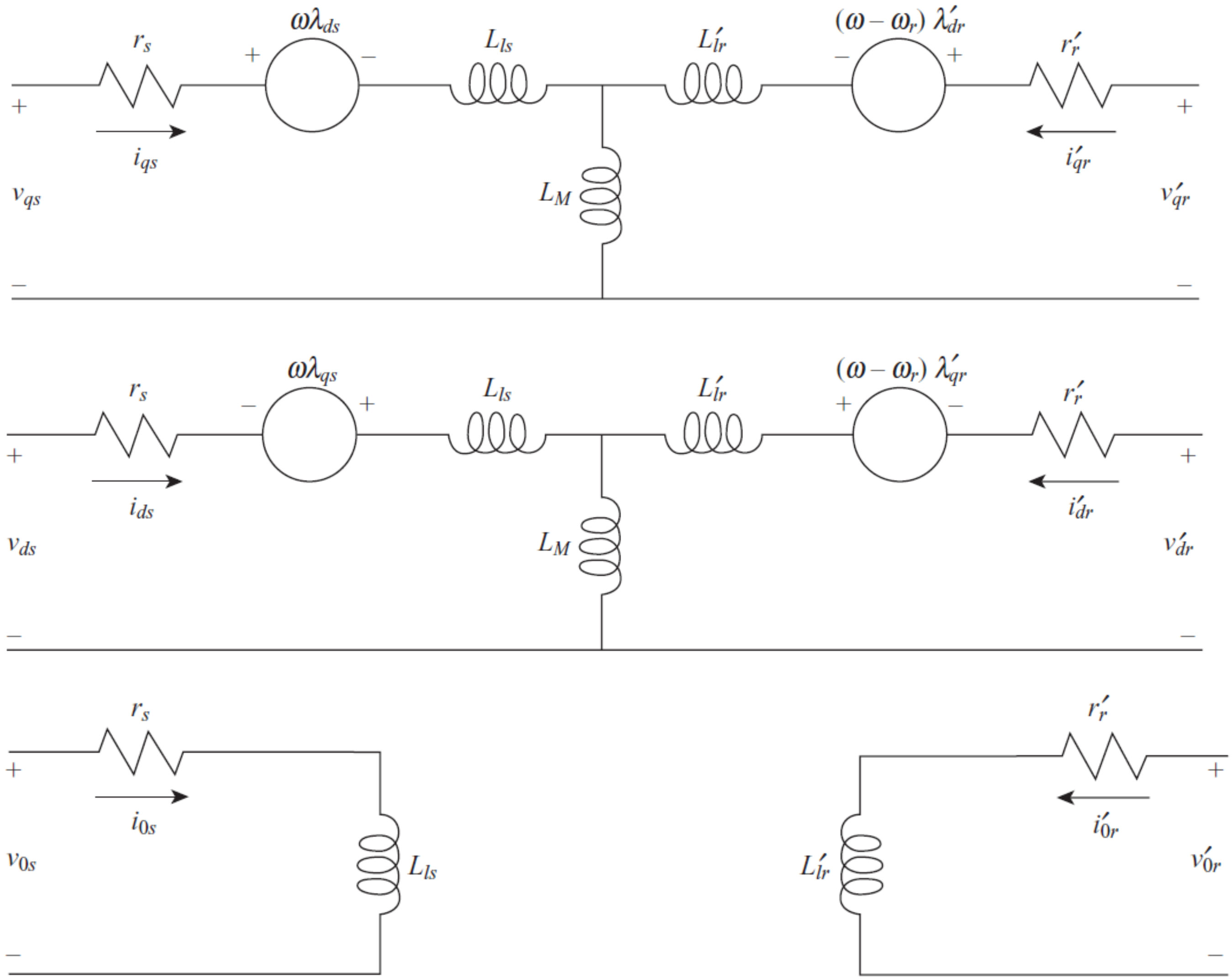
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \\ \boldsymbol{\lambda}'_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s \mathbf{L}_s (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} (\mathbf{K}_r)^{-1} \\ \mathbf{K}_r (\mathbf{L}'_{sr})^T (\mathbf{K}_s)^{-1} & \mathbf{K}_r \mathbf{L}'_r (\mathbf{K}_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{qd0s} \\ \mathbf{i}'_{qd0r} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} v_{qs} &= r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + p\lambda_{qs} \\ v_{ds} &= r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + p\lambda_{ds} \\ v_{0s} &= r_s i_{0s} + p\lambda_{0s} \\ v'_{qr} &= r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r)\lambda'_{dr} + p\lambda'_{qr} \\ v'_{dr} &= r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r)\lambda'_{qr} + p\lambda'_{dr} \\ v'_{0r} &= r'_r i'_{0r} + p\lambda'_{0r} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda_{qs} &= L_{ls} i_{qs} + L_M (i_{qs} + i'_{qr}) \\ \lambda_{ds} &= L_{ls} i_{ds} + L_M (i_{ds} + i'_{dr}) \\ \lambda_{0s} &= L_{ls} i_{0s} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda'_{qr} &= L'_{lr} i'_{qr} + L_M (i_{qs} + i'_{qr}) \\ \lambda'_{dr} &= L'_{lr} i'_{dr} + L_M (i_{ds} + i'_{dr}) \\ \lambda'_{0r} &= L'_{lr} i'_{0r} \end{aligned}}$$

Circuits équivalents pour une machine asynchrone triphasé, symétrique en dq



Équations de tension en dq: exprimer par des réactances

Puisque les paramètres de la machine et du système d'alimentation sont généralement donnés en ohms ou PERUNIT d'une impédance de base, il est commode d'exprimer les équations de la tension et de la liaison de flux en termes de réactances plutôt que d'inductances. Par conséquent;

$$
\boxed{
\begin{aligned}
v_{qs} &= r_s i_{qs} + \omega\lambda_{ds} + p\lambda_{qs} \\
v_{ds} &= r_s i_{ds} - \omega\lambda_{qs} + p\lambda_{ds} \\
v_{0s} &= r_s i_{0s} + p\lambda_{0s} \\
v'_{qr} &= r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r)\lambda'_{dr} + p\lambda'_{qr} \\
v'_{dr} &= r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r)\lambda'_{qr} + p\lambda'_{dr} \\
v'_{0r} &= r'_r i'_{0r} + p\lambda'_{0r}
\end{aligned}
}
\Rightarrow
$$

$$
\begin{aligned}
v_{qs} &= r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b}\psi_{ds} + \frac{p}{\omega_b}\psi_{qs} \\
v_{ds} &= r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b}\psi_{qs} + \frac{p}{\omega_b}\psi_{ds} \\
v_{0s} &= r_s i_{0s} + \frac{p}{\omega_b}\psi_{0s} \\
v'_{qr} &= r'_r i'_{qr} + \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right)\psi'_{dr} + \frac{p}{\omega_b}\psi'_{qr} \\
v'_{dr} &= r'_r i'_{dr} - \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right)\psi'_{qr} + \frac{p}{\omega_b}\psi'_{dr} \\
v'_{0r} &= r'_r i'_{0r} + \frac{p}{\omega_b}\psi'_{0r}
\end{aligned}
$$

ω_b : la vitesse angulaire électrique de base utilisée pour calculer les réactances inductives

Équations de tension en dq: exprimer par des réactances

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + L_M (i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + L_M (i_{ds} + i'_{dr})$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s}$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + L_M (i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + L_M (i_{ds} + i'_{dr})$$

$$\lambda'_{0r} = L'_{lr} i'_{0r}$$

$$\psi_{qs} = X_{ls} i_{qs} + X_M (i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\psi_{ds} = X_{ls} i_{ds} + X_M (i_{ds} + i'_{dr})$$

$$\psi_{0s} = X_{ls} i_{0s}$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr} i'_{qr} + X_M (i_{qs} + i'_{qr})$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr} i'_{dr} + X_M (i_{ds} + i'_{dr})$$

$$\psi'_{0r} = X'_{lr} i'_{0r}$$

ψ : liaisons de flux par seconde (volt)

Dans les équations ci-dessus, les réactances sont obtenues en multipliant ω_b fois inductance.

Équations de tension en dq: exprimer par des réactances

$$
\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{0s} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{0r} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
r_s + \frac{p}{\omega_b} X_{ss} & \frac{\omega}{\omega_b} X_{ss} & 0 & \frac{p}{\omega_b} X_M & \frac{\omega}{\omega_b} X_M & 0 \\
-\frac{\omega}{\omega_b} X_{ss} & r_s + \frac{p}{\omega_b} X_{ss} & 0 & -\frac{\omega}{\omega_b} X_M & \frac{p}{\omega_b} X_M & 0 \\
0 & 0 & r_s + \frac{p}{\omega_b} X_{ls} & 0 & 0 & 0 \\
\frac{p}{\omega_b} X_M & \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) X_M & 0 & r'_r + \frac{p}{\omega_b} X'_{rr} & \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) X'_{rr} & 0 \\
-\left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) X_M & \frac{p}{\omega_b} X_M & 0 & -\left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b}\right) X'_{rr} & r'_r + \frac{p}{\omega_b} X'_{rr} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r'_r + \frac{p}{\omega_b} X'_{lr}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix}
$$

$$X_{ss} = X_{ls} + X_M$$

$$X'_{rr} = X'_{lr} + X_M$$

Chaque équation de tension *q* et *d* contient deux dérivées de courant

Équations de tension en dq: exprimer par des réactances

$$\begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ss} & 0 & 0 & X_M & 0 & 0 \\ 0 & X_{ss} & 0 & 0 & X_M & 0 \\ 0 & 0 & X_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ X_M & 0 & 0 & X'_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & X_M & 0 & 0 & X'_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix}$$

$$D = X_{ss} X'_{rr} - X_M^2$$

$$\begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} X'_{rr} & 0 & 0 & -X_M & 0 & 0 \\ 0 & X'_{rr} & 0 & 0 & -X_M & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{D}{X_{ls}} & 0 & 0 & 0 \\ -X_M & 0 & 0 & X_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & -X_M & 0 & 0 & X_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{D}{X'_{lr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix}$$

Équations de tension en dq: exprimer par des réactances et liaison de flux par second

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{0s} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega}{\omega_b} & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_b} & \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_s}{X_{ls}} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & 0 & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & 0 \\ 0 & -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & -\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r'_r}{X'_{lr}} + \frac{p}{\omega_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix}$$

Chaque tension *q* et *d* ne contient qu'une seule dérivée de la liaison flux, DONC, PLUS FACILE POUR SIMULATION…

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right)(\mathbf{i}_{abcs})^T \frac{\partial}{\partial\theta_r}[\mathbf{L}'_{sr}]\mathbf{i}'_{abcr}$$

$$T_e = -\left(\frac{P}{2}\right)L_{ms}\left\{\left[i_{as}\left(i'_{ar} - \frac{1}{2}i'_{br} - \frac{1}{2}i'_{cr}\right) + i_{bs}\left(i'_{br} - \frac{1}{2}i'_{ar} - \frac{1}{2}i'_{cr}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. + i_{cs}\left(i'_{cr} - \frac{1}{2}i'_{br} - \frac{1}{2}i'_{ar}\right)\right]\sin\theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2}[i_{as}(i'_{br} - i'_{cr}) + i_{bs}(i'_{cr} - i'_{ar}) + i_{cs}(i'_{ar} - i'_{br})]\cos\theta_r\right\}$$

Le couple et la vitesse du rotor sont liés par

$$T_e = J\left(\frac{2}{P}\right)p\omega_r + T_L$$

J: inertie du rotor Kg.m^2 or J.s^2

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right)\left[(\mathbf{K}_s)^{-1}\mathbf{i}_{qd0s}\right]^T \frac{\partial}{\partial\theta_r}[\mathbf{L}'_{sr}](\mathbf{K}_r)^{-1}\mathbf{i}'_{qd0r}$$

$\Downarrow$

Te est positif pour l'action motrice

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)L_M(i_{qs}i'_{dr} - i_{ds}i'_{qr})$$

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)(\lambda'_{qr}i'_{dr} - \lambda'_{dr}i'_{qr})$$

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)(\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds})$$

?

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

équilibre de l'énergie

$$dW_e = dW_f - dW_m$$

équilibre de la pouissance

$$pW_e = pW_f - pW_m$$

$$\begin{aligned} P_{qd0s} &= P_{abcs} \\ &= \frac{3}{2}(v_{qs}i_{qs} + v_{ds}i_{ds} + 2v_{0s}i_{0s}) \end{aligned}$$

$$e_{qs} = v_{qs} - i_{qs}r_s$$

Si on néglige les résistances

$$\left(\frac{2}{3}\right)pW_e = e_{qs}i_{qs} + e_{ds}i_{ds} + 2e_{0s}i_{0s} + e'_{qr}i'_{qr} + e'_{dr}i'_{dr} + 2e'_{0r}i'_{0r}$$

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$\left(\frac{2}{3}\right)pW_e = e_{qs}i_{qs} + e_{ds}i_{ds} + 2e_{0s}i_{0s} + e'_{qr}i'_{qr} + e'_{dr}i'_{dr} + 2e'_{0r}i'_{0r}$$

$$e_{qs} = v_{qs} - i_{qs}r_s$$

Si on néglige les résistances

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega\lambda_{ds} + p\lambda_{qs}$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega\lambda_{qs} + p\lambda_{ds}$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p\lambda_{0s}$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r)\lambda'_{dr} + p\lambda'_{qr}$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r)\lambda'_{qr} + p\lambda'_{dr}$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + p\lambda'_{0r}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)pW_e = i_{qs}p\lambda_{qs} + i_{ds}p\lambda_{ds} + i_{0s}p\lambda_{0s} + i'_{qr}p\lambda'_{qr} + i'_{dr}p\lambda'_{dr} + i'_{0r}p\lambda'_{0r}$$
$$+ \omega(\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds} + \lambda'_{dr}i'_{qr} - \lambda'_{qr}i'_{dr}) - (\lambda'_{dr}i'_{qr} - \lambda'_{qr}i'_{dr})p\theta_r$$

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$\left(\frac{2}{3}\right)pW_e = i_{qs}p\lambda_{qs} + i_{ds}p\lambda_{ds} + i_{0s}p\lambda_{0s} + i'_{qr}p\lambda'_{qr} + i'_{dr}p\lambda'_{dr} + i'_{0r}p\lambda'_{0r}$$
$$+ \omega(\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds} + \lambda'_{dr}i'_{qr} - \lambda'_{qr}i'_{dr}) - (\lambda'_{dr}i'_{qr} - \lambda'_{qr}i'_{dr})p\theta_r$$

$$pW_e = pW_f - pW_m$$

$$pW_m = -T_e p\theta_{rm}$$

$$\theta_r = \left(\frac{P}{2}\right)\theta_{rm} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)pW_e = pW_f + T_e\left(\frac{2}{P}\right)p\theta_r$$

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$\left(\frac{2}{3}\right)pW_e = i_{qs}p\lambda_{qs} + i_{ds}p\lambda_{ds} + i_{0s}p\lambda_{0s} + i'_{qr}p\lambda'_{qr} + i'_{dr}p\lambda'_{dr} + i'_{0r}p\lambda'_{0r}$$

$$+ \omega(\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds} + \lambda'_{dr}i'_{qr} - \lambda'_{qr}i'_{dr}) - (\lambda'_{dr}i'_{qr} - \lambda'_{qr}i'_{dr})p\theta_r$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)pW_e = pW_f + T_e\left(\frac{2}{P}\right)p\theta_r$$

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)(\lambda'_{qr}i'_{dr} - \lambda'_{dr}i'_{qr})$$

Est-ce valable dans tous les systèmes référentiels?

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$\left(\frac{2}{3}\right)pW_e = i_{qs}p\lambda_{qs} + i_{ds}p\lambda_{ds} + i_{0s}p\lambda_{0s} + i'_{qr}p\lambda'_{qr} + i'_{dr}p\lambda'_{dr} + i'_{0r}p\lambda'_{0r}$$
$$+ \omega(\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds} + \lambda'_{dr}i'_{qr} - \lambda'_{qr}i'_{dr}) - (\lambda'_{dr}i'_{qr} - \lambda'_{qr}i'_{dr})p\theta_r$$

Dans le référentiel du rotor où $p\theta = p\theta_r$

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)(\lambda^r_{ds}i^r_{qs} - \lambda^r_{qs}i^r_{ds})$$

Machine asynchrone symétrique: équation du couple

$$T_e = \left(\frac{P}{2}\right)\left[(\mathbf{K}_s)^{-1}\mathbf{i}_{qd0s}\right]^T \frac{\partial}{\partial\theta_r}[\mathbf{L}'_{sr}](\mathbf{K}_r)^{-1}\mathbf{i}'_{qd0r}$$

$$\Downarrow$$

Te est positif pour l'action motrice

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)L_M(i_{qs}i'_{dr} - i_{ds}i'_{qr})$$

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)(\lambda'_{qr}i'_{dr} - \lambda'_{dr}i'_{qr})$$

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)(\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds})$$

les inductances de fuite sont impliquées dans le processus de conversion d'énergie?

Équation du couple: liaisons de flux par seconde

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)\left(\frac{1}{\omega_b}\right)(\psi'_{qr} i'_{dr} - \psi'_{dr} i'_{qr})$$

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{2}\right)\left(\frac{X_M}{D\omega_b}\right)(\psi_{qs} \psi'_{dr} - \psi'_{qr} \psi_{ds})$$

$$D = X_{ss} X'_{rr} - X_M^2$$

Système référentiel commun

1. Système référentiel fixe ($\omega=0$)

2. Système référentiel du rotor ($\omega= \omega r$)

3. Système référentiel synchrone ($\omega= \omega e$)

Généralement, les conditions de fonctionnement déterminent la référence la plus pratique à des fins d'analyse et/ou de simulation

Système référentiel commun

- Système référentiel fixe (ω=0) :Les tensions du stator sont déséquilibrées et les tensions appliquées au rotor sont équilibrées ou nulles.

- Système référentiel du rotor (ω= ωr):Les tensions du rotor sont déséquilibrées et les tensions du stator sont équilibrées.

- soit système stationnaire et synchrone peut être utilisé pour un état équilibré.

- Système référentiel synchrone (ω= ωe): pour le contrôle, la modélisation dynamique et le système d'entraînement, nous utilisons principalement la référence synchrone