

Machines et entraînements électriques

ELE8401

Keyhan Sheshyekani

École Polytechnique de Montréal
e-mail: Keyhan.sheshyekani@polymtl.ca

Hiver 2018

Systemes doublement excités:

Énergie, Coénergie et Force ou
Couple

Machines tournantes

- Laissons envisager le cas général où le stator et le rotor ont des enroulements portant le courant (i_s et i_r)
- laissez le système statique, c'est-à-dire sans sortie mécanique. Donc l'énergie du champ, W_f peut être évalué:

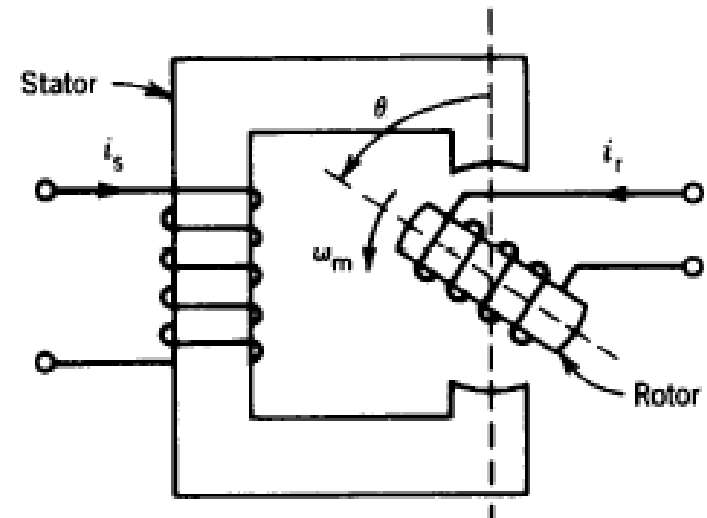
$$dW_f = e_s i_s dt + e_r i_r dt$$
$$= i_s d\lambda_s + i_r d\lambda_r$$

$$\lambda_s = L_{SS} i_s + L_{SR} i_r$$

$$\lambda_r = L_{RS} i_s + L_{RR} i_r$$

$$\begin{vmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{SR} & L_{RR} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_s \\ i_r \end{vmatrix}$$

$$dW_f = i_s d(L_{SS} i_s + L_{SR} i_r) + i_r d(L_{SR} i_s + L_{RR} i_r)$$
$$= L_{SS} i_s di_s + L_{RR} i_r di_r + L_{SR} d(i_s i_r)$$



Machines tournantes

- Énergie de champ stockée

$$W_f = L_{SS} \int_0^{i_s} i_s di_s + L_{rr} \int_0^{i_r} i_r di_r + L_{sr} \int_0^{i_s i_r} d(i_s i_r)$$

$$= \frac{1}{2} L_{SS} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r$$

- Couple

$$T = \left. \frac{\partial W'_f(i, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i=\text{constant}} \quad \mathbf{X} \rightarrow \theta \quad \text{système linéaire}$$

$W'_f = W_f$

$$T = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{SS}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

- Les deux premiers termes représentent le **couple de réluctance**; variation de l'auto-inductance (existe à la fois dans le stator saillant et le rotor, ou dans le stator ou le rotor saillant)
- Le troisième terme représente le **couple d'alignement**; variation de l'inductance mutuelle.

Machines tournantes

Couple de réluctance - Il est causé par la tendance du pôle induit à s'aligner avec le pôle excité, de sorte que la réluctance minimale est produite. Au moins l'un des enroulements ou les deux doivent être excités.

Couple d'alignement - Il est provoqué par une tendance du rotor excité à s'aligner avec le stator excité afin de maximiser l'inductance mutuelle. Les deux enroulements doivent être excités.

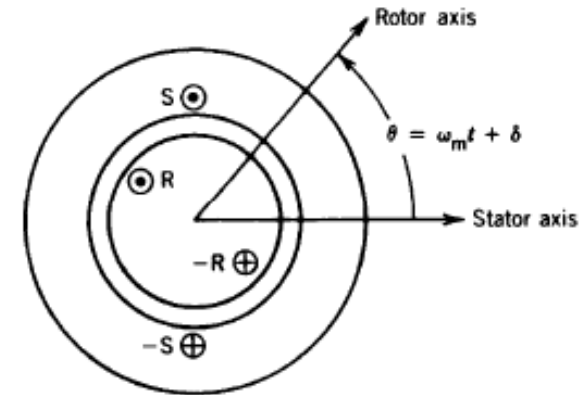
Machines cylindriques

- Les machines à réluctance sont simples dans la construction, mais le couple développé dans ces machines est petit.
- Les machines cylindriques, bien que de construction plus complexe, produisent des couples plus élevés.

La plupart des machines électriques sont de type cylindrique.

Machines cylindriques

- Une vue en coupe transversale d'une machine tournante cylindrique bipolaire élémentaire est représentée (entrefer uniforme).
- Les enroulements du stator et du rotor sont placés sur deux fentes.
- Dans la machine actuelle, les enroulements sont répartis sur plusieurs fentes.
- Si les effets des fentes sont négligés, la réluctance du chemin magnétique est indépendante de la position du rotor.
- L_{ss} et L_{rr} supposés constants (c'est-à-dire aucun couple de réluctance produit).
- Le couple d'alignement est causé par la tendance du rotor excité à s'aligner sur le stator excité, dépend de l'inductance mutuelle.



Machines cylindriques

- Couple produit

$$T = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} = i_s i_r \frac{dM \cos \theta}{d\theta} = M i_s i_r \sin \theta$$

T_m quand $\theta = 90^\circ$

- Inductance mutuelle $L_{sr} = M \cos \theta$

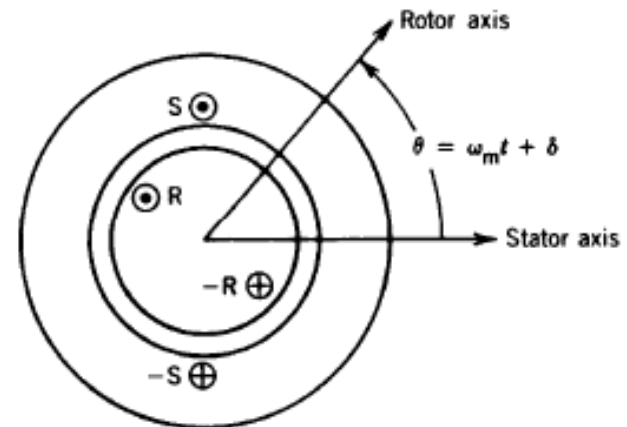
- Courants

$$i_s = I_{sm} \cos \omega_s t$$

$$i_r = I_{rm} \cos(\omega_r t + \alpha)$$

- Position

$$\theta = \omega_m t + \delta$$



M = valeur maximale de l'inductance mutuelle

θ = l'angle entre l'axe magnétique du stator et les enroulements du rotor

ω_m = vitesse angulaire du rotor

Machines cylindriques

$$T = -I_{sm} I_{rm} M \cos \omega_s t \cos(\omega_r t + \alpha) \sin(\omega_m t + \delta)$$

$$T = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} \left[\begin{array}{l} \sin\{(\omega_m + (\omega_s + \omega_r))t + \alpha + \delta\} + \\ \sin\{(\omega_m - (\omega_s + \omega_r))t - \alpha + \delta\} + \\ \sin\{(\omega_m + (\omega_s - \omega_r))t - \alpha + \delta\} + \\ \sin\{(\omega_m - (\omega_s - \omega_r))t + \alpha + \delta\} \end{array} \right]$$

- Le couple en général varie de façon sinusoïdale avec le temps
- La valeur moyenne de chaque terme est zéro sauf si le coefficient de t est nul

Machines cylindriques

- Le couple moyen non nul existe / se développe seulement si

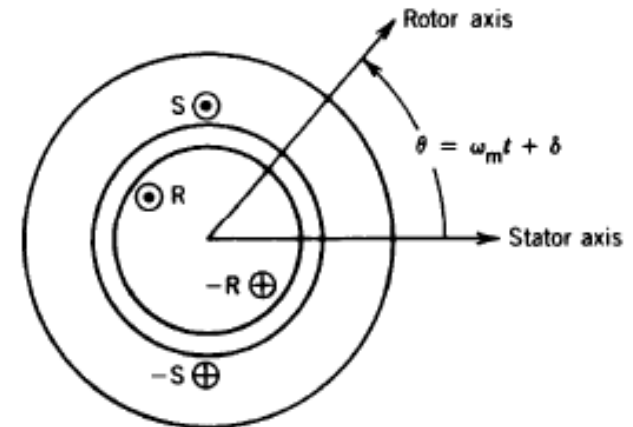
$$\omega_m = \pm(\omega_s \pm \omega_r) \quad |\omega_m| = |\omega_s \pm \omega_r| \text{ ———}$$

Cas 1: $\omega_r = 0 \quad \omega_m = \omega_s \quad \alpha = 0$

- Synchronous machine

$$T = -\frac{I_{sm} I_R M}{2} \{ \sin(2\omega_s t + \delta) + \sin \delta \}$$

$$T_{avg} = -\frac{I_{sm} I_R M}{2} \sin \delta$$



Machines cylindriques

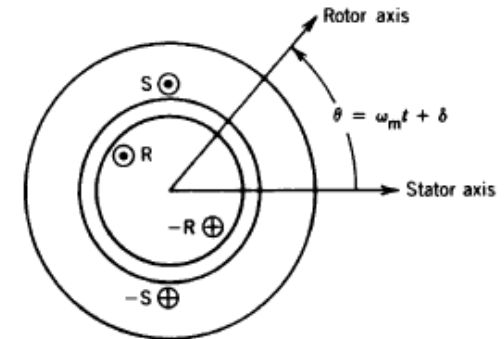
- Machines asynchrones

$$\omega_m = \omega_s - \omega_r \quad \omega_m \neq \omega_r \quad \omega_m \neq \omega_s$$

$$T = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4} \left[\begin{array}{l} \sin(2\omega_s t + \alpha + \delta) + \sin(-2\omega_r t - \alpha + \delta) + \\ \sin(2\omega_s t - 2\omega_r t - \alpha + \delta) + \sin(\alpha + \delta) \end{array} \right]$$

$$T_{avg} = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4} \sin(\alpha + \delta)$$

- Machine monophasée
- Couple de pulsation
- Pas d'auto-démarrage



- La machine polyphasée minimise le couple pulsé et le démarrage automatique

Machines cylindriques

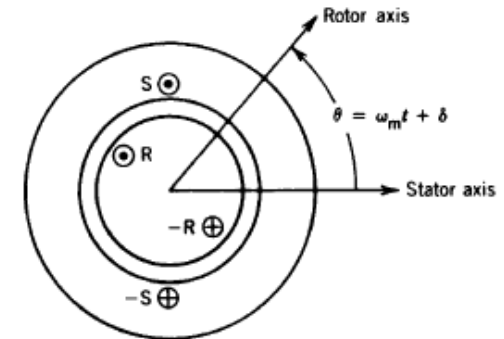
- Machines asynchrones

$$\omega_m = \omega_s - \omega_r \quad \omega_m \neq \omega_r \quad \omega_m \neq \omega_s$$

$$T = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4} \left[\begin{array}{l} \sin(2\omega_s t + \alpha + \delta) + \sin(-2\omega_r t - \alpha + \delta) + \\ \sin(2\omega_s t - 2\omega_r t - \alpha + \delta) + \sin(\alpha + \delta) \end{array} \right]$$

$$T_{avg} = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4} \sin(\alpha + \delta)$$

- Machine monophasée
- Couple de pulsation
- Pas d'auto-démarrage



- La machine polyphasée minimise le couple pulsé et le démarrage automatique

Machines cylindriques

Example

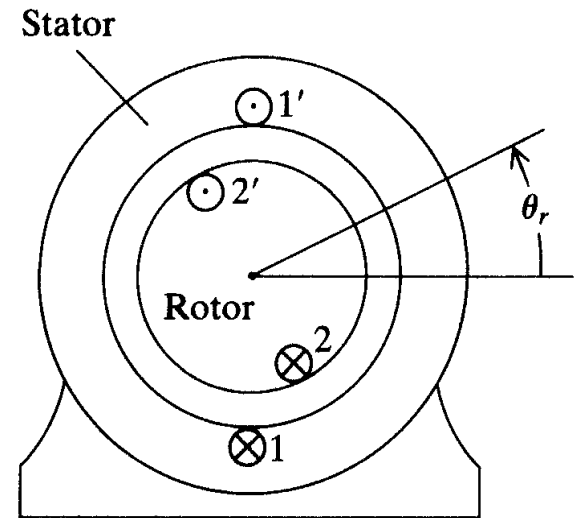
$$I_1 = I_s \cos [\omega_1 t + \theta_1(0)]$$

$$I_2 = I_r \cos [\omega_2 t + \theta_2(0)]$$

$$\theta_r = \omega_r t + \theta_r(0)$$

nous devons déterminer les vitesses du rotor auxquelles le couple moyen en régime permanent est non nul pour:

(a) $\omega_1 = \omega_2 = 0$; (b) $\omega_1 = \omega_2 \neq 0$; (c) $\omega_2 = 0$.

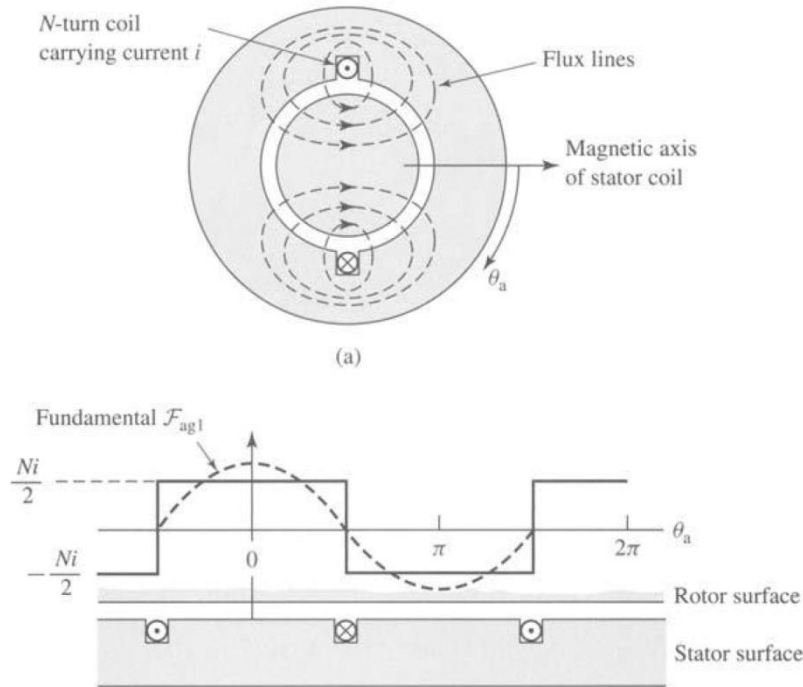


Machines AC élémentaires

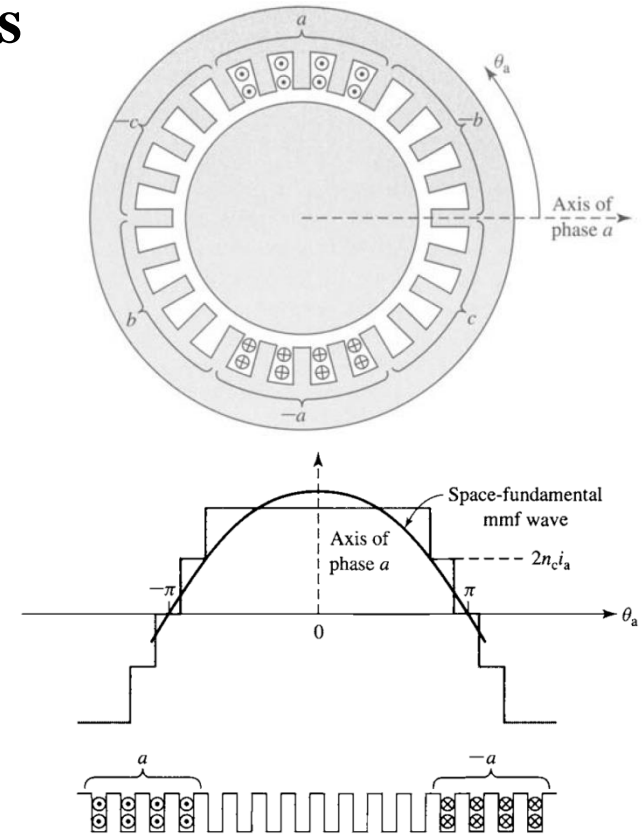


Machines AC élémentaires

Notion de base de MMF des enroulements



Le MMF d'une phase d'une machine triphasée bipolaire à enroulement concentré, à pas complet (full-pitch)

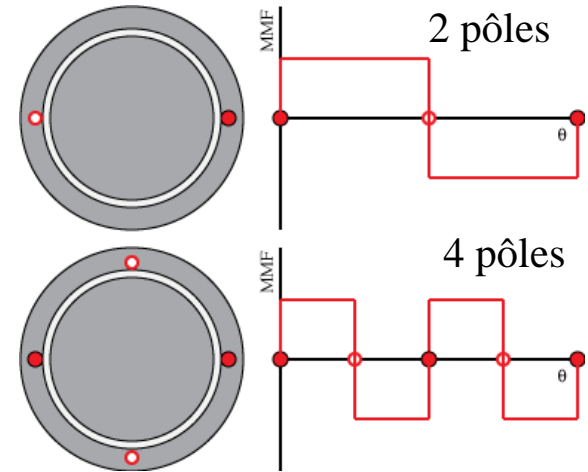


Le MMF d'une phase d'une machine triphasée bipolaire à enroulement réparti, à pas complet (full-pitch)

Machines AC élémentaires

Notion de base de MMF rotatif

Mathématiquement, considérons le nombre de pôles $p=2$, le MMF pour chaque phase pour une machine à 3 phases est donnée par



MMF pour une machine monophasée

$$\mathcal{F}_A = Ni_A \frac{2}{\pi} \left[\cos(\theta) - \frac{1}{3} \cos 3(\theta) + \frac{1}{5} \cos 5(\theta) - \frac{1}{7} \cos 7(\theta) \dots \right]$$

$$\mathcal{F}_B = Ni_B \frac{2}{\pi} \left[\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{3} \cos 3\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{5} \cos 5\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{7} \cos 7\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \dots \right]$$

$$\mathcal{F}_C = Ni_C \frac{2}{\pi} \left[\cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{1}{3} \cos 3\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{1}{5} \cos 5\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{1}{7} \cos 7\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \dots \right]$$

$$i_A = \hat{I} \cos(\omega_e t)$$

$$i_B = \hat{I} \cos\left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_C = \hat{I} \cos\left(\omega_e t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

**courants triphasés
équilibrés sinusoïdaux**

$$\mathcal{F}_{tot} = \mathcal{F}_A + \mathcal{F}_B + \mathcal{F}_C$$

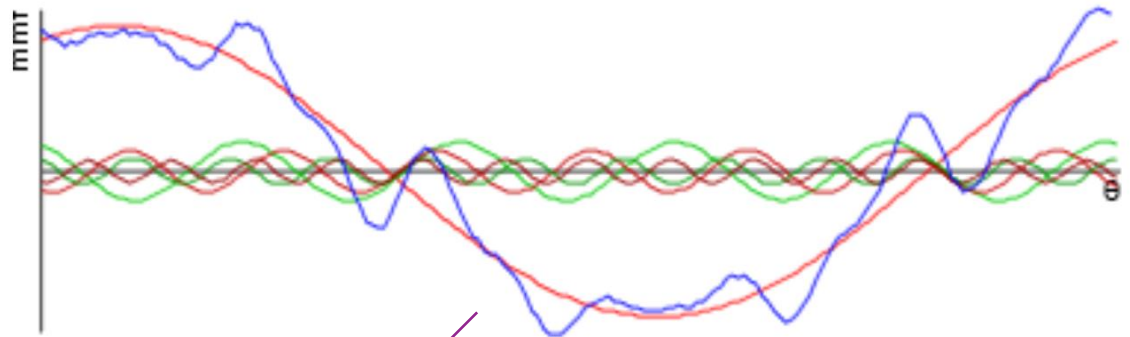
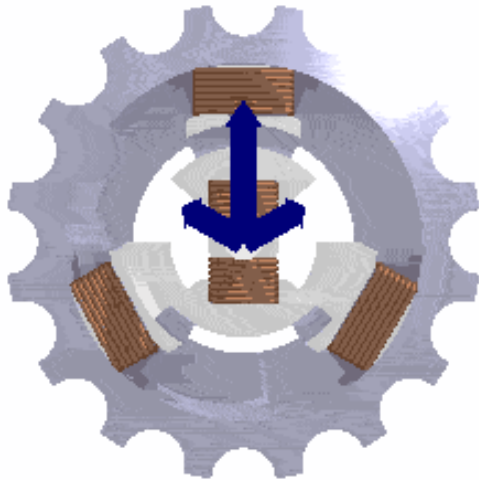
$$\mathcal{F}_{tot} = \frac{3\hat{I}N}{\pi} \left[\cos(\omega_e t - \theta) + \frac{1}{5} \cos(\omega_e t + 5\theta) - \frac{1}{7} \cos(\omega_e t - 7\theta) + \frac{1}{11} \cos(\omega_e t + 11\theta) \dots \right]$$

Machines AC élémentaires

Notion de base de MMF rotatif

$$\mathcal{F}_{tot} = \mathcal{F}_A + \mathcal{F}_B + \mathcal{F}_C$$

$$\mathcal{F}_{tot} = \frac{3\hat{I}N}{\pi} \left[\cos(\omega_e t - \theta) + \frac{1}{5} \cos(\omega_e t + 5\theta) - \frac{1}{7} \cos(\omega_e t - 7\theta) + \frac{1}{11} \cos(\omega_e t + 11\theta) \dots \right]$$



**MMF rotatif autour de circonférence
d'entrefer**

harmonique de l'ordre de $n = 6k + 1$ $k = 0, 1, 2, 3 \dots$ tourne dans le sens positif
harmonique de l'ordre de $n = 6k - 1$ tourner dans le sens négatif

Machines AC élémentaires

Les relations entre les angles électriques et mécaniques et les vitesses / fréquences sont données en détail par:

$$\theta_e = \frac{p}{2} \theta_m$$

$$\omega_e = \frac{p}{2} \omega_m$$

$$\omega_s = \frac{4\pi f_e}{p} \quad \text{Rad/sec}$$

$$n_s = \frac{120 f_e}{p} \quad \text{r.p.m}$$

Mathématiquement, définissant p comme le nombre de pôles, le mmf fondamental pour chaque phase est donnée par

$$\mathcal{F}_A = Ni_A \frac{2}{\pi} \cos \left[\frac{p}{2} (\theta_m) \right]$$

$$\mathcal{F}_B = Ni_B \frac{2}{\pi} \cos \left[\frac{p}{2} \left(\theta_m - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$\mathcal{F}_C = Ni_C \frac{2}{\pi} \cos \left[\frac{p}{2} \left(\theta_m + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$i_A = \hat{I} \cos(\omega_e t)$$

$$i_B = \hat{I} \cos \left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_C = \hat{I} \cos \left(\omega_e t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

$$\mathcal{F}_{tot} = \frac{3\hat{I}N}{\pi} \cos \left[\omega_e t - \frac{p}{2} \theta_m \right]$$

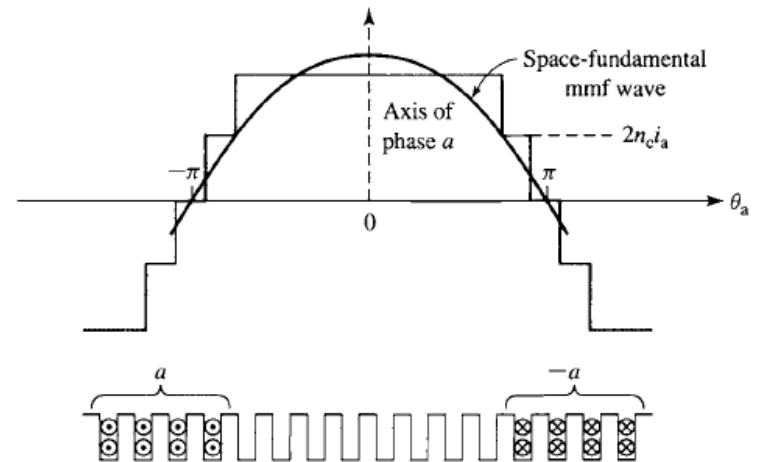
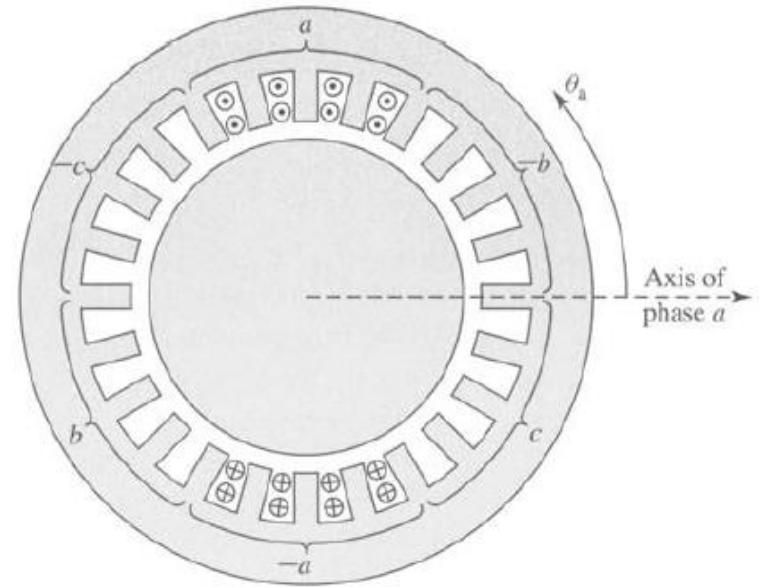
Machines AC élémentaires

Le composante fondamentale de MMF d'une machine triphasé avec des enroulement distribué, à pas total.

$$\mathcal{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{\text{poles}} \right) i_a \cos \left(\frac{\text{poles}}{2} \theta_a \right)$$

facteur d'enroulement

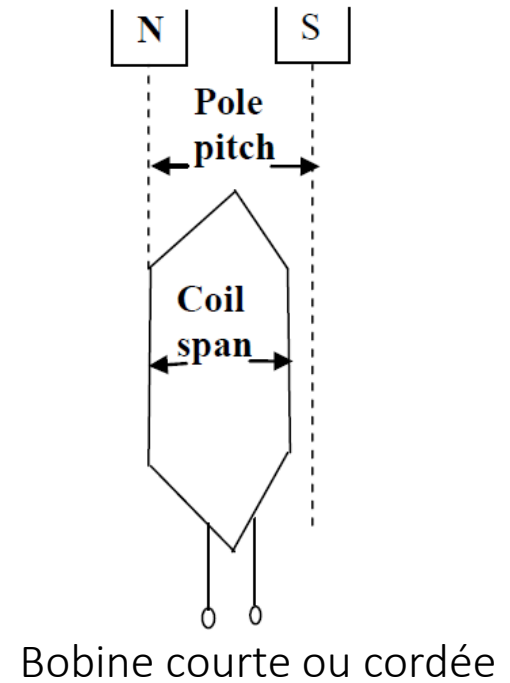
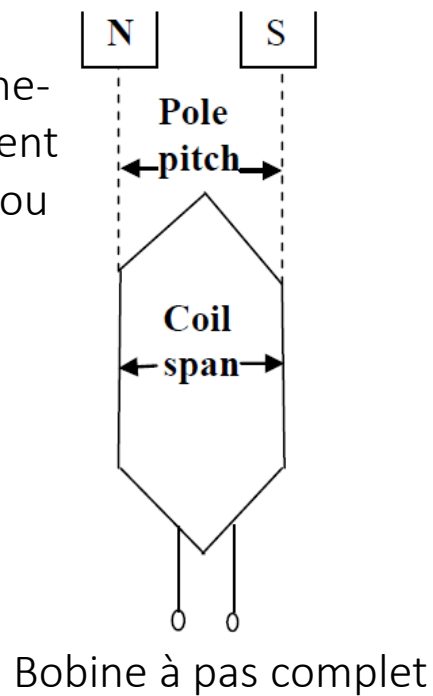
tourne série par phase



Le MMF d'une phase d'une machine triphasé bipolaire avec des enroulement distribué, à pas total

Machines AC élémentaires

La distance entre les deux côtés de la bobine d'une bobine est appelée bobine-span ou bobine-pitch. Il est généralement mesuré en termes de dents, de fentes ou de degrés électriques.



Machines AC élémentaires

Machine asynchrone biphasée bipolaire

Notion de base de MMF rotatif

considérant les courants du stator comme suit:

$$i_m(t) = I_{mp} \times \cos(\omega t)$$

$$i_a(t) = I_{ap} \times \cos(\omega t + \varphi)$$

le MMF fondamental pour phase *m* et *a* est donnée par

$$f_m(\theta, t) = N_m I_{mp} \times \cos(\omega t) \times \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$$

$$f_m^+(\theta, t) = \frac{1}{2} N_m I_{mp} \times \cos(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

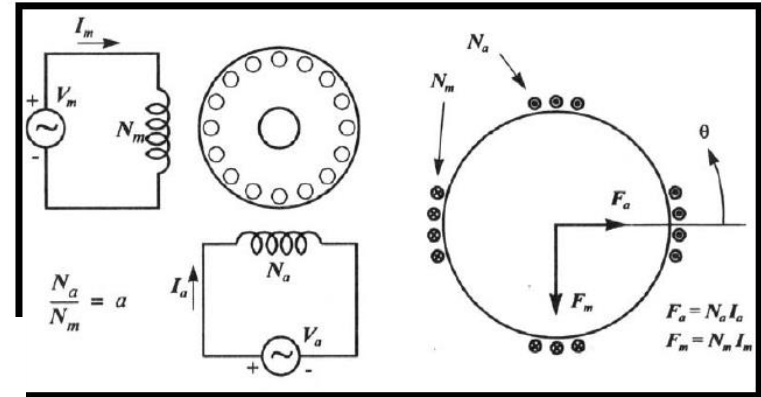
$$f_m^-(\theta, t) = \frac{1}{2} N_m I_{mp} \times \cos(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2})$$

$$f_a(\theta, t) = N_a I_{ap} \times \cos(\omega t + \varphi) \times \cos(\theta)$$

$$f_a^+(\theta, t) = \frac{1}{2} N_a I_{ap} \times \cos(\omega t + \varphi - \theta)$$

$$f_a^-(\theta, t) = \frac{1}{2} N_a I_{ap} \times \cos(\omega t + \varphi + \theta)$$

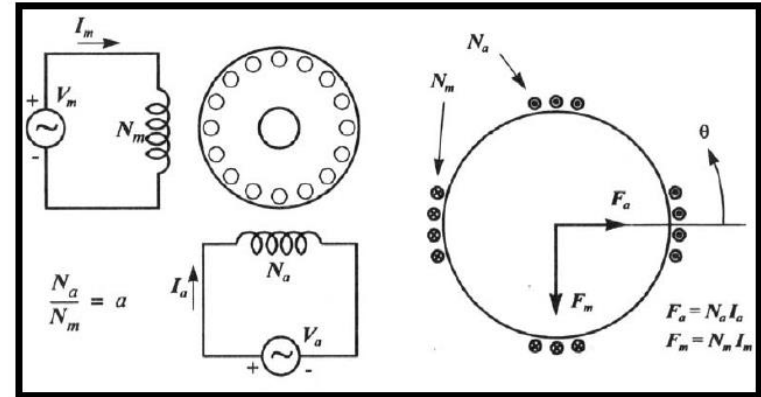
+: forward component
-: backward component



Machines AC élémentaires

Machine asynchrone biphasée bipolaire

Notion de base de MMF rotatif



$$f_{tot}(\theta, t) = f_{tot}^+(\theta, t) + f_{tot}^-(\theta, t)$$

$$f_{tot}^+(\theta, t) = f_m^+(\theta, t) + f_a^+(\theta, t)$$

$$= \frac{1}{2} N_m I_{mp} \times \cos(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

$$+ \frac{1}{2} N_a I_{ap} \times \cos(\omega t + \varphi - \theta)$$

$$\xrightarrow[\substack{\varphi = \pi/2 \\ N_a |I_{ap}| = N_m |I_{mp}|}]{\text{purple arrow}} f_{tot}^-(\theta, t) = 0$$

$$f_{tot}^-(\theta, t) = f_m^-(\theta, t) + f_a^-(\theta, t)$$

$$= \frac{1}{2} N_m I_{mp} \times \cos(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2})$$

$$+ \frac{1}{2} N_a I_{ap} \times \cos(\omega t + \varphi + \theta)$$

$$\downarrow \text{purple arrow} \\ f_{tot}(\theta, t) = k \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} - \theta)$$

Machines AC élémentaires

QUESTIONES:

1. Quelle est la nature du MMF autour de l'entrefer d'une machine monophasée? Décrivez-le mathématiquement.
2. Comment est le MMF dans l'entrefer d'un moteur asynchrone triphasé si une phase est déconnectée?
3. Comment est le MMF dans l'entrefer d'un moteur asynchrone triphasé si les amplitudes des courants triphasés ne sont pas égales?

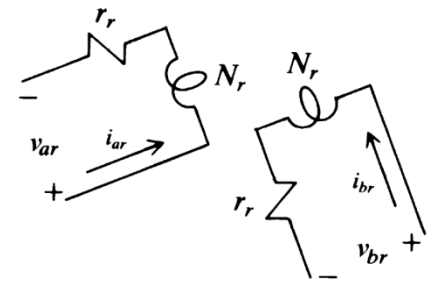
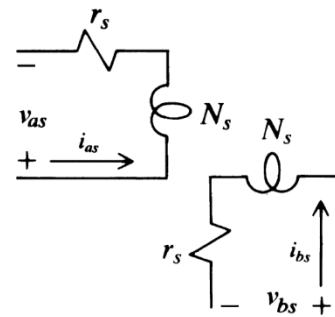
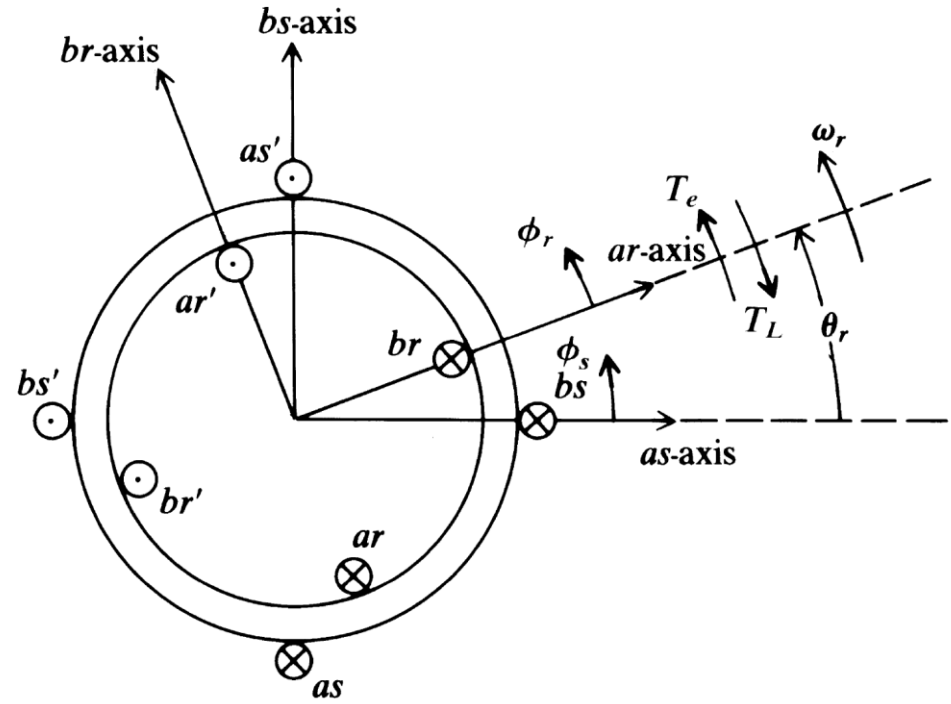


Machines AC élémentaires

Machine asynchrone biphasée bipolaire: équations de liaison de flux

équations de liaison de flux (le système est considéré comme linéaire)

$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{asas} & 0 & L_{asar} & L_{asbr} \\ 0 & L_{bsbs} & L_{bsar} & L_{bsbr} \\ L_{aras} & L_{arbs} & L_{arar} & 0 \\ L_{bras} & L_{brbs} & 0 & L_{brbr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \end{bmatrix}$$

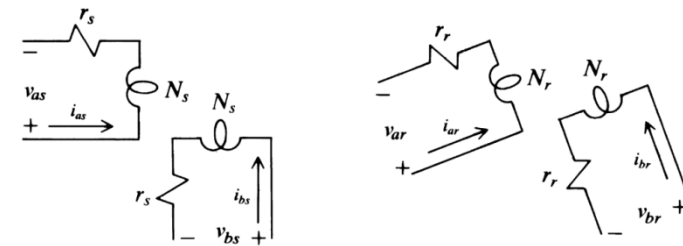
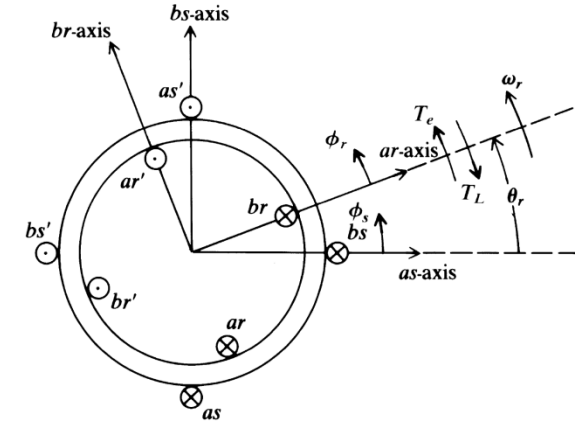


Machines AC élémentaires

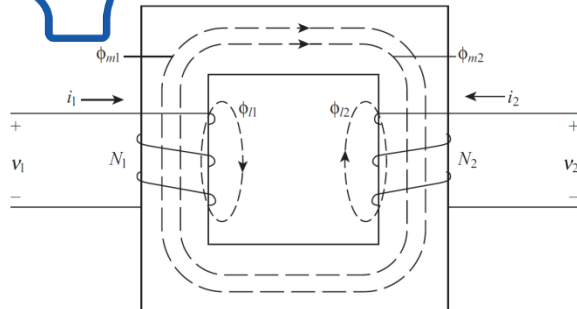
Machine asynchrone biphasée bipolaire: équations de liaison de flux

le système est considéré comme linéaire)

$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & 0 & L_{sr} \cos \theta_r & -L_{sr} \sin \theta_r \\ 0 & L_{ls} + L_{ms} & L_{sr} \sin \theta_r & L_{sr} \cos \theta_r \\ L_{sr} \cos \theta_r & L_{sr} \sin \theta_r & L_{lr} + L_{mr} & 0 \\ -L_{sr} \sin \theta_r & L_{sr} \cos \theta_r & 0 & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \end{bmatrix}$$



Rappel



système à couplage magnétique

$$\Phi_1 = \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_{l1}} + \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_m} + \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_m}$$

$$\Phi_2 = \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_{l2}} + \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}_m} + \frac{N_1 i_1}{\mathcal{R}_m}$$



$$\lambda_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{l1}} i_1 + \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_m} i_1 + \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}_m} i_2$$

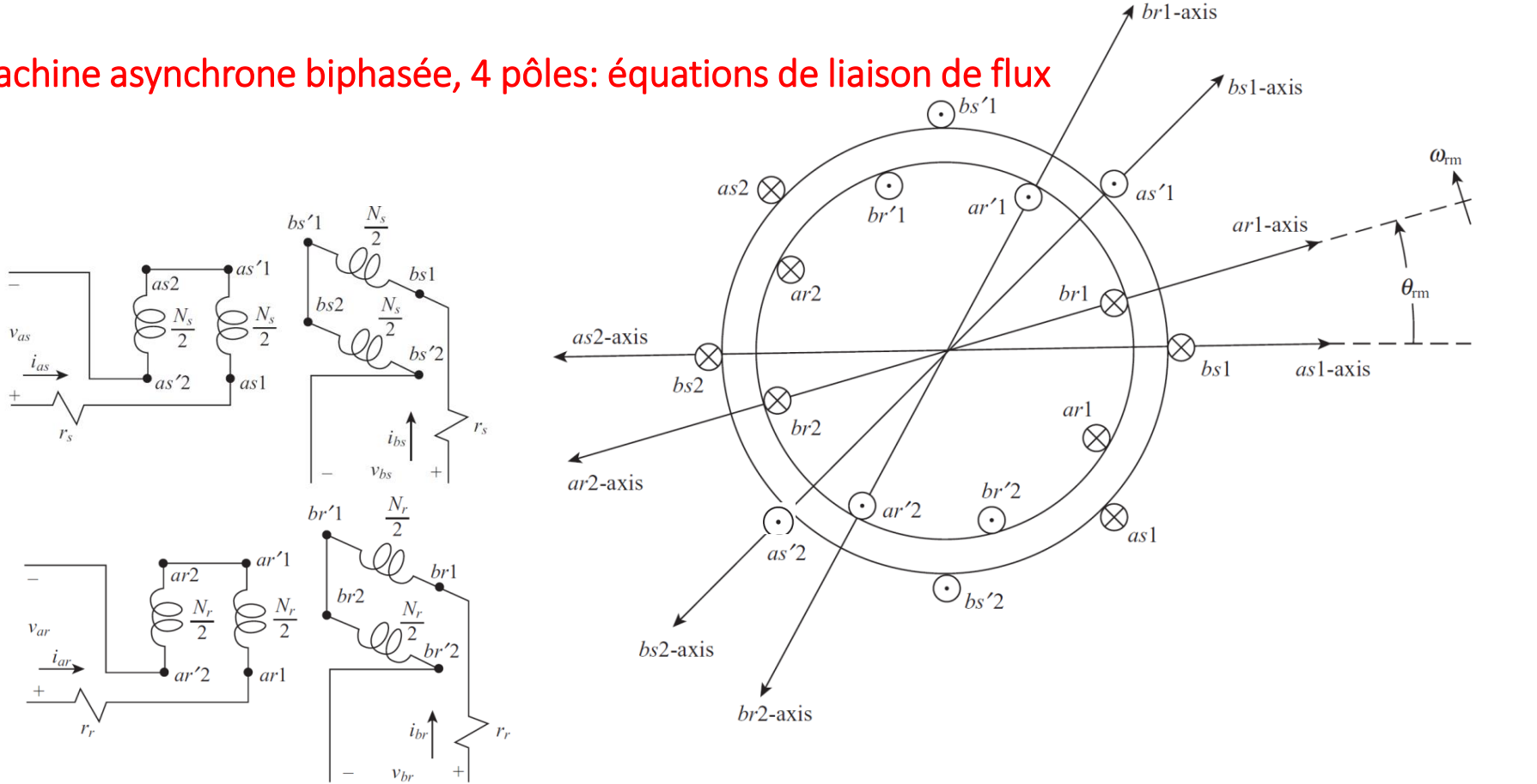
$$\lambda_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{l2}} i_2 + \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_m} i_2 + \frac{N_2 N_1}{\mathcal{R}_m} i_1$$

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{l1}} + \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_m}$$

$$= L_{l1} + L_{m1}$$

Machines AC élémentaires

Machine asynchrone biphasée, 4 pôles: équations de liaison de flux

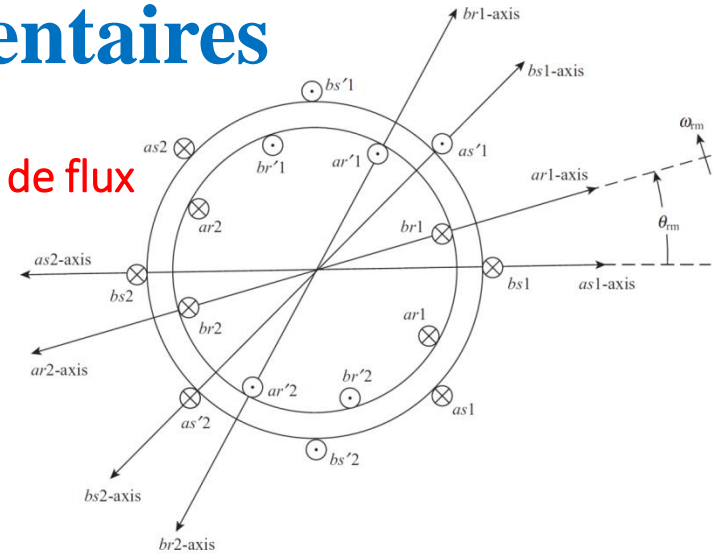


$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & 0 & L_{sr} \cos 2\theta_{rm} & -L_{sr} \sin 2\theta_{rm} \\ 0 & L_{ls} + L_{ms} & L_{sr} \sin 2\theta_{rm} & L_{sr} \cos 2\theta_{rm} \\ L_{sr} \cos 2\theta_{rm} & L_{sr} \sin 2\theta_{rm} & L_{lr} + L_{mr} & 0 \\ -L_{sr} \sin 2\theta_{rm} & L_{sr} \cos 2\theta_{rm} & 0 & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \end{bmatrix}$$

Machines AC élémentaires

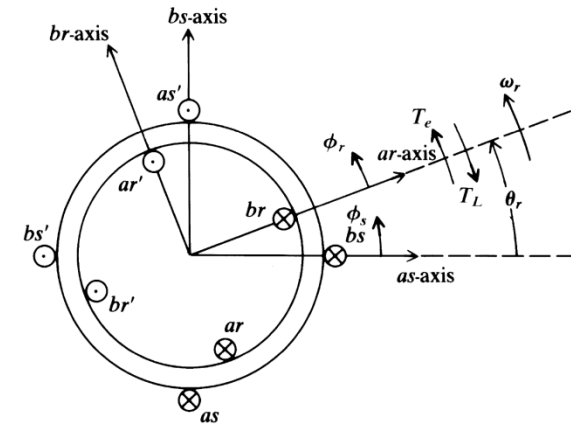
Machine asynchrone biphasée, 4 pôles: équations de liaison de flux

$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & 0 & L_{sr} \cos 2\theta_{rm} & -L_{sr} \sin 2\theta_{rm} \\ 0 & L_{ls} + L_{ms} & L_{sr} \sin 2\theta_{rm} & L_{sr} \cos 2\theta_{rm} \\ L_{sr} \cos 2\theta_{rm} & L_{sr} \sin 2\theta_{rm} & L_{lr} + L_{mr} & 0 \\ -L_{sr} \sin 2\theta_{rm} & L_{sr} \cos 2\theta_{rm} & 0 & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \end{bmatrix}$$



Machine asynchrone biphasée bipolaire: équations de liaison de flux

$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{ar} \\ \lambda_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & 0 & L_{sr} \cos \theta_r & -L_{sr} \sin \theta_r \\ 0 & L_{ls} + L_{ms} & L_{sr} \sin \theta_r & L_{sr} \cos \theta_r \\ L_{sr} \cos \theta_r & L_{sr} \sin \theta_r & L_{lr} + L_{mr} & 0 \\ -L_{sr} \sin \theta_r & L_{sr} \cos \theta_r & 0 & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \end{bmatrix} \quad (*)$$



$$\theta_r = \frac{P}{2} \theta_{rm}$$

Cette relation nous permet de supposer que toutes les machines sont des machines bipolaires, sur quoi (*) sera la forme des équations de liaison de flux, quel que soit le nombre de pôles. nous pouvons prendre en compte le facteur $P/2$ lors de l'évaluation du couple.

Machines AC élémentaires

Machine asynchrone triphasée, 2 pôles:
équations de liaison de flux

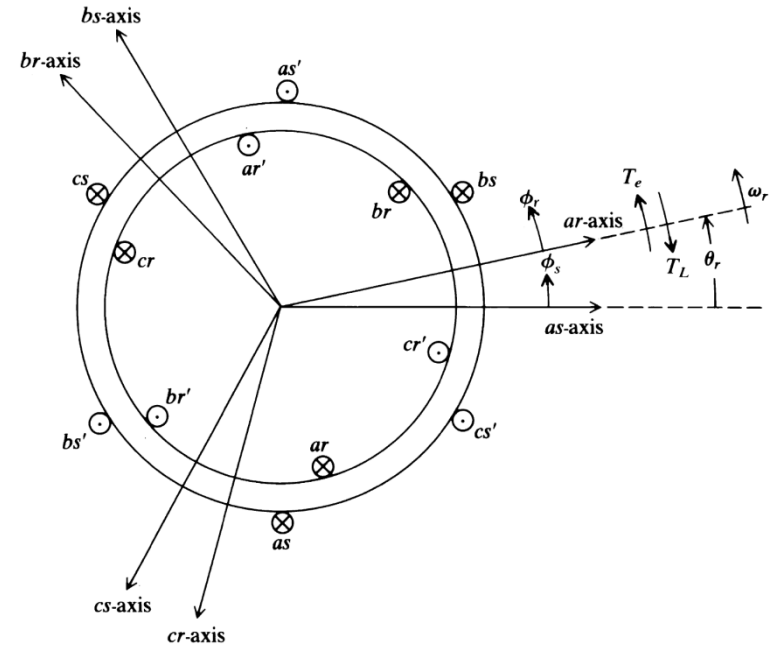
$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ (\mathbf{L}_{sr})^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{i}_{abc} \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{f}_{abc})^T = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}]$$

$$(\mathbf{f}_{abc})^T = [f_{ar} \quad f_{br} \quad f_{cr}]$$

en première approximation:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix}$$

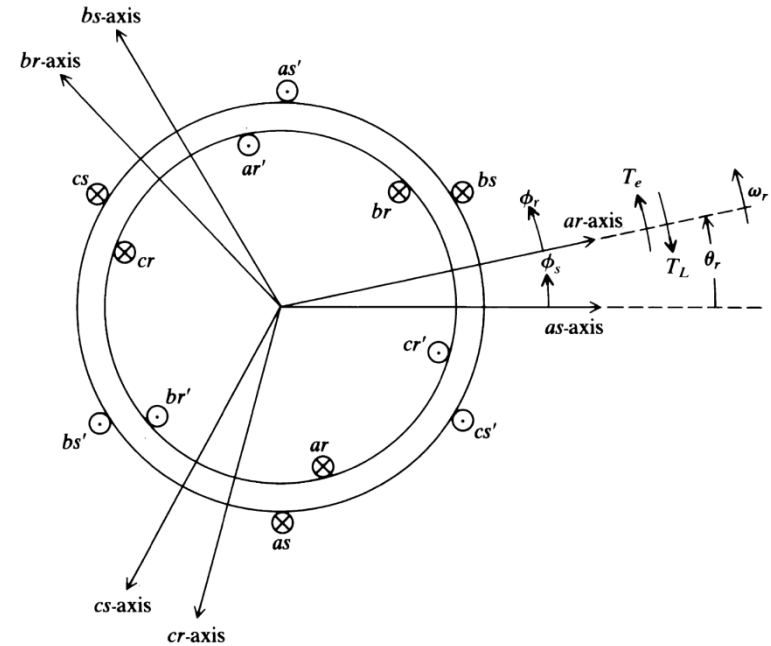


$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix}$$

Machines AC élémentaires

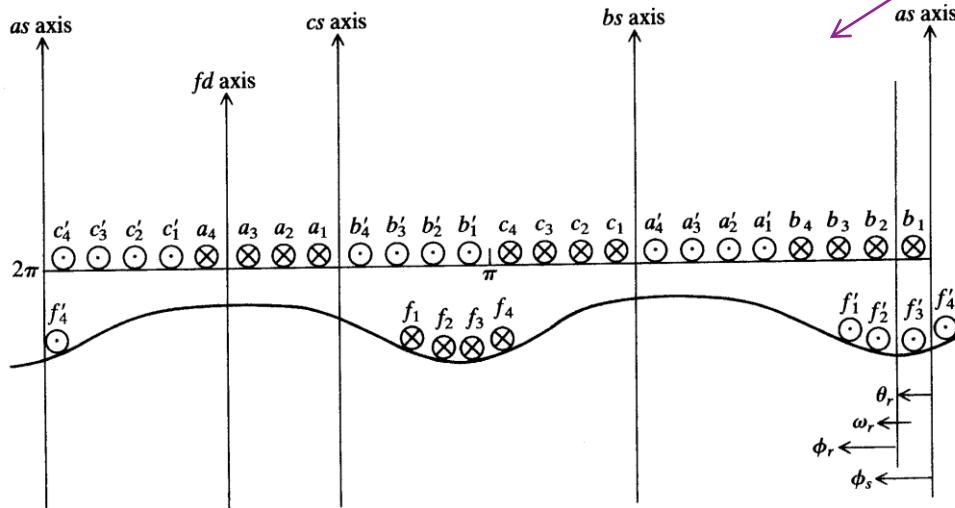
Machine asynchrone triphasée, 2 pôles

$$\mathbf{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

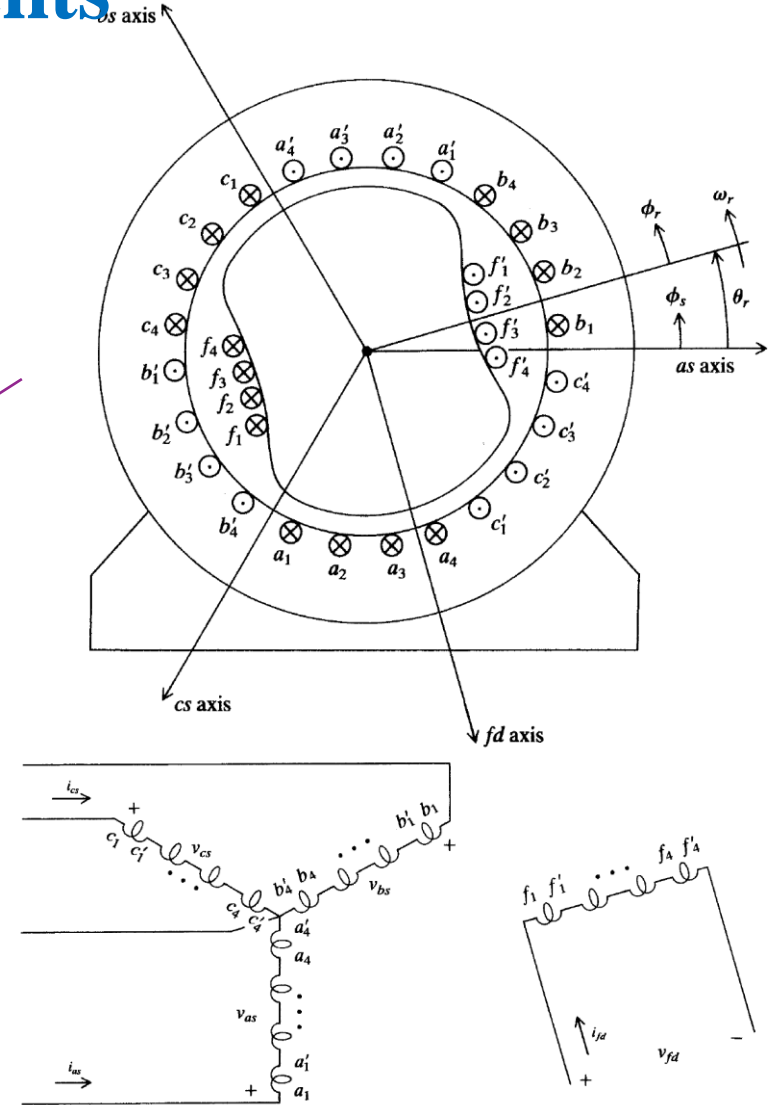


Détermination des inductances parmi les enroulements

sans perdre aucune généralité on peut considérer une machine synchrone bipolaire, triphasé, pôle saillant.



Coupe de la section transversale de stator, en dépliant le stator



Définition des mesures de position

position mesurée par rapport au stator, notée Φ_{sm} , position mesurée par rapport au rotor, notée Φ_{rm} et la position du rotor par rapport au stator, notée θ_{rm} .

$$\theta_{rm} + \phi_{rm} = \phi_{sm}$$

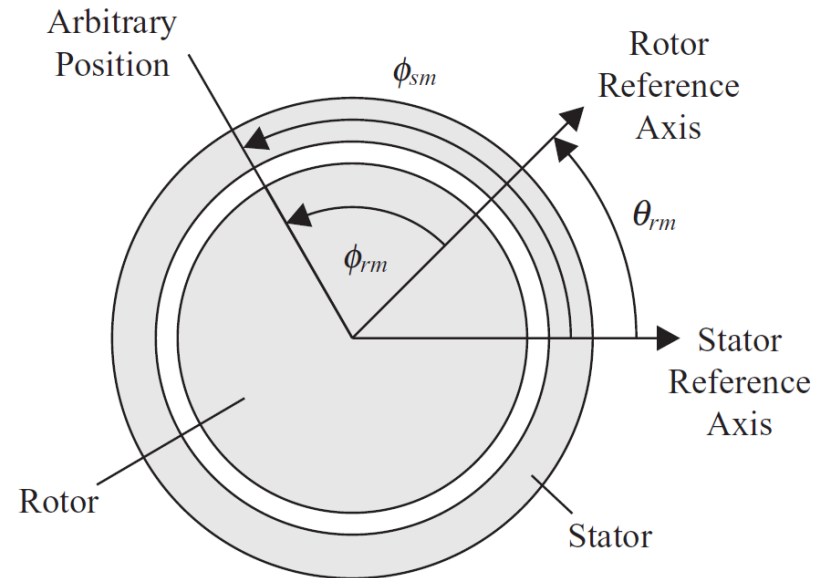
lors de l'analyse de machines à plus de deux pôles

$$\phi_s \triangleq P\phi_{sm} / 2$$

$$\phi_r \triangleq P\phi_{rm} / 2$$

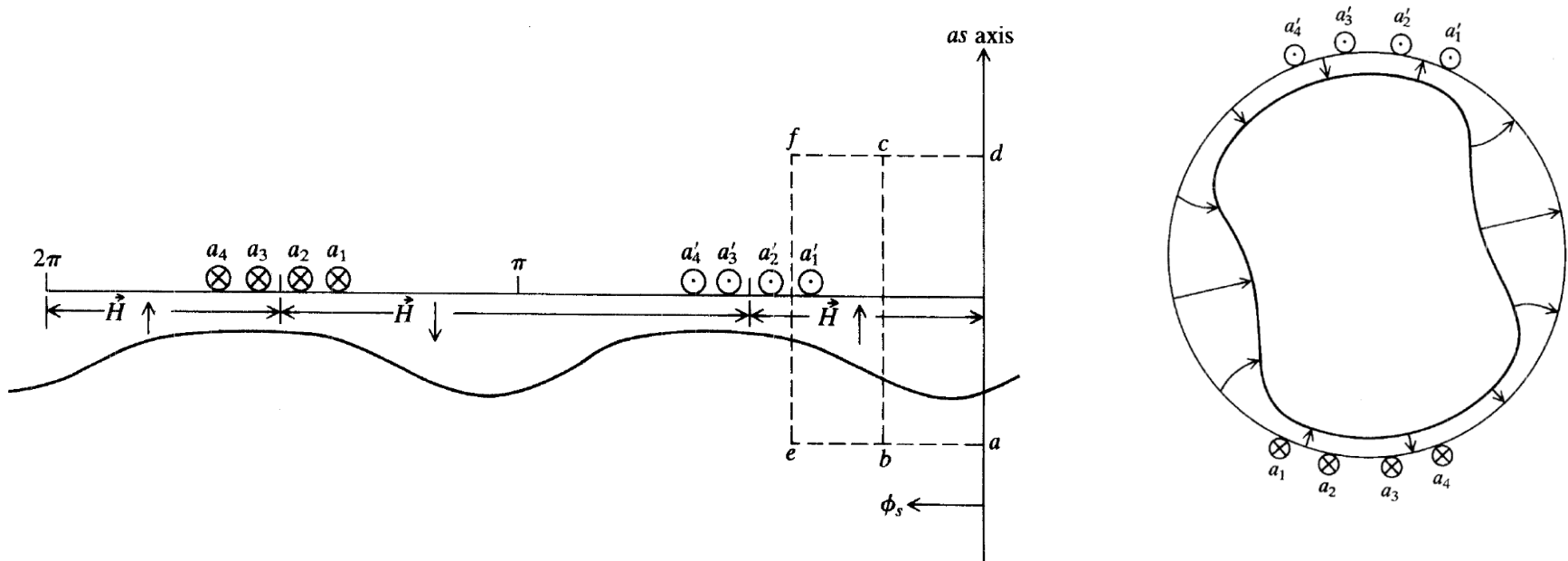
$$\theta_r \triangleq P\theta_{rm} / 2$$

$$\omega_r \triangleq P\omega_{rm} / 2$$



Détermination des inductances parmi les enroulements

Détermination des inductances parmi les enroulements



Dans l'entrefer, l'intensité du champ magnétique \vec{H} et la densité de flux \vec{B} magnétique ont une composante uniquement dans la direction \vec{a}_r

$$\vec{H}(r, \phi_s, z) = H_r(\phi_s) \vec{a}_r$$

$$B_r(\phi_s) = \mu_0 H_r(\phi_s)$$

Détermination des inductances de machine asynchrone

- Une machine asynchrone a le même arrangement d'enroulement qu'une machine synchrone et ainsi les équations de tension de stator sont représentées comme

$$v_{as} = r_s i_{as} + p \lambda_{as}$$

$$v_{bs} = r_s i_{bs} + p \lambda_{bs}$$

$$v_{cs} = r_s i_{cs} + p \lambda_{cs}$$

$r_s = r_{as} = r_{bs} = r_{cs}$ → est la résistance d'enroulement du stator qui peut être calculée

$$r_x = \frac{l_x}{a_c \sigma_c}$$

longueur du conducteur

conductivité électrique du conducteur

section transversale du conducteur

Détermination des inductances de machine asynchrone

○ La machine comporte un entrefer uniforme et un ensemble d'enroulements de rotor qui peuvent être mis en œuvre par une structure d'enroulement de type stator, une cage d'écureuil ou même un rotor solide. Ici, nous modéliserons l'enroulement du rotor par un jeu d'enroulements triphasés.

$$v_{ar} = r_r i_{ar} + p \lambda_{ar}$$

$$v_{br} = r_r i_{br} + p \lambda_{br}$$

$$v_{cr} = r_r i_{cr} + p \lambda_{cr}$$

Détermination des inductances de machine asynchrone

○ Comme il y a six enroulements, les équations de liaison de flux ont la forme

$$\lambda_{as} = L_{asas}i_{as} + L_{asbs}i_{bs} + L_{ascs}i_{cs} + L_{asar}i_{ar} + L_{asbr}i_{br} + L_{ascr}i_{cr}$$

$$\lambda_{bs} = L_{bsas}i_{as} + L_{bsbs}i_{bs} + L_{bscs}i_{cs} + L_{bsar}i_{ar} + L_{bsbr}i_{br} + L_{bscr}i_{cr}$$

$$\lambda_{cs} = L_{csas}i_{as} + L_{csbs}i_{bs} + L_{cscs}i_{cs} + L_{csar}i_{ar} + L_{csbr}i_{br} + L_{cscr}i_{cr}$$

$$\lambda_{ar} = L_{aras}i_{as} + L_{arbs}i_{bs} + L_{arcs}i_{cs} + L_{arar}i_{ar} + L_{arbr}i_{br} + L_{arcr}i_{cr}$$

$$\lambda_{br} = L_{bras}i_{as} + L_{brbs}i_{bs} + L_{brcs}i_{cs} + L_{brar}i_{ar} + L_{brbr}i_{br} + L_{brcr}i_{cr}$$

$$\lambda_{cr} = L_{cras}i_{as} + L_{crbs}i_{bs} + L_{crcs}i_{cs} + L_{crar}i_{ar} + L_{crbr}i_{br} + L_{crcr}i_{cr}$$

Détermination des inductances de machine asynchrone

Matrice des inductance propres des enroulements de stator

$$\begin{bmatrix} L_{asas} & L_{asbs} & L_{ascs} \\ L_{bsas} & L_{bsbs} & L_{bscs} \\ L_{csas} & L_{csbs} & L_{cscs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{lsp} + L_{ms} & L_{lsm} - L_{ms} / 2 & L_{lsm} - L_{ms} / 2 \\ L_{lsm} - L_{ms} / 2 & L_{lsp} + L_{ms} & L_{lsm} - L_{ms} / 2 \\ L_{lsm} - L_{ms} / 2 & L_{lsm} - L_{ms} / 2 & L_{lsp} + L_{ms} \end{bmatrix}$$

$$L_{ms} = \left(\frac{N_s}{P} \right)^2 \frac{\pi \mu_0 r l}{g}$$

l est la longueur axiale de la machine
 r est rayon moyen de l'entrefer (rayon de la circonférence interne du stator)
 g et la longueur de l'entrefer

$$L_{lp} = P_{sl} \sum_{i=1}^{N_s} N_{as,i}^2 + P_{el} \sum_{i=1}^{N_s} M_{as,i}^2$$

$$L_{lm} = P_{sl} \sum_{i=1}^{N_s} N_{as,i} N_{bs,i} + P_{el} \sum_{i=1}^{N_s} M_{as,i} M_{bs,i}$$

Pour obtenir plus des détails veuillez lire Appendix. C de Ref [1].

Détermination des inductances de machine asynchrone

Matrice des inductance propres des enroulements de rotor

$$\begin{bmatrix} L_{arar} & L_{arbr} & L_{arcr} \\ L_{brar} & L_{brbr} & L_{brcr} \\ L_{crar} & L_{crbr} & L_{crcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{lrp} + L_{mr} & L_{lrm} - L_{mr} / 2 & L_{lrm} - L_{mr} / 2 \\ L_{lrm} - L_{mr} / 2 & L_{lrp} + L_{mr} & L_{lrm} - L_{mr} / 2 \\ L_{lrm} - L_{mr} / 2 & L_{lrm} - L_{mr} / 2 & L_{lrp} + L_{mr} \end{bmatrix}$$

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{P} \right)^2 \frac{\pi \mu_0 r l}{g}$$

l est la longueur axiale de la machine
 r est rayon moyen de l'entrefer (rayon de la circonférence interne du stator)
 g et la longueur de l'entrefer

Détermination des inductances de machine asynchrone

Matrice des inductance mutuelle des enroulements de stator et de rotor

$$\begin{bmatrix} L_{asar} & L_{asbr} & L_{ascr} \\ L_{bsar} & L_{bsbr} & L_{bscr} \\ L_{csar} & L_{csbr} & L_{cscr} \end{bmatrix} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r + 2\pi / 3) & \cos(\theta_r - 2\pi / 3) \\ \cos(\theta_r - 2\pi / 3) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r + 2\pi / 3) \\ \cos(\theta_r + 2\pi / 3) & \cos(\theta_r - 2\pi / 3) & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

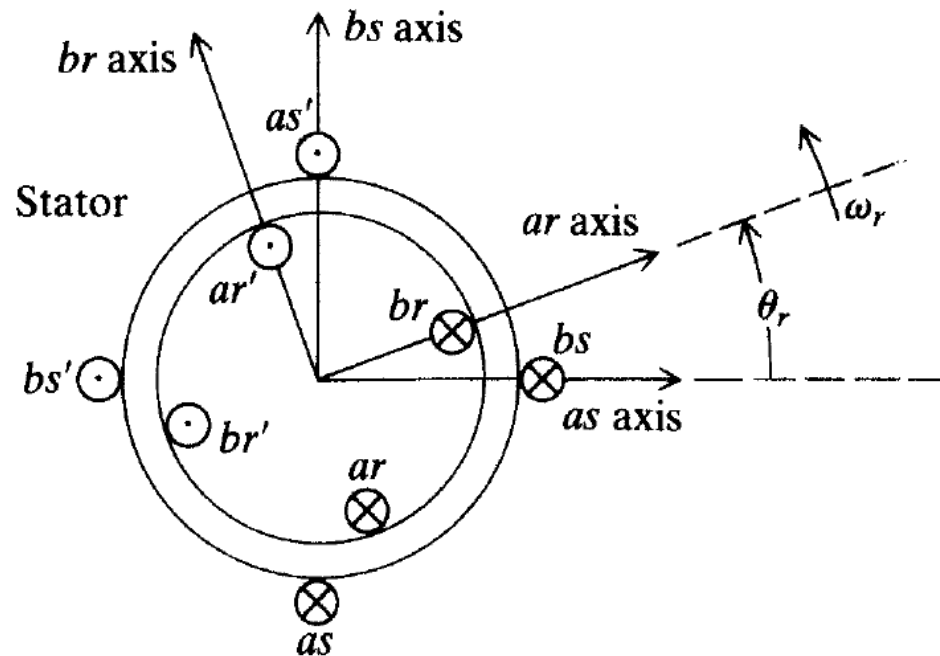
$$\begin{bmatrix} L_{aras} & L_{arbs} & L_{arcs} \\ L_{brar} & L_{brbs} & L_{brcs} \\ L_{cras} & L_{crbs} & L_{crcs} \end{bmatrix}^T = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r + 2\pi / 3) & \cos(\theta_r - 2\pi / 3) \\ \cos(\theta_r - 2\pi / 3) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r + 2\pi / 3) \\ \cos(\theta_r + 2\pi / 3) & \cos(\theta_r - 2\pi / 3) & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

$$L_{sr} = \frac{N_s}{P} \frac{N_r}{P} \frac{\pi \mu_0 r l}{g}$$

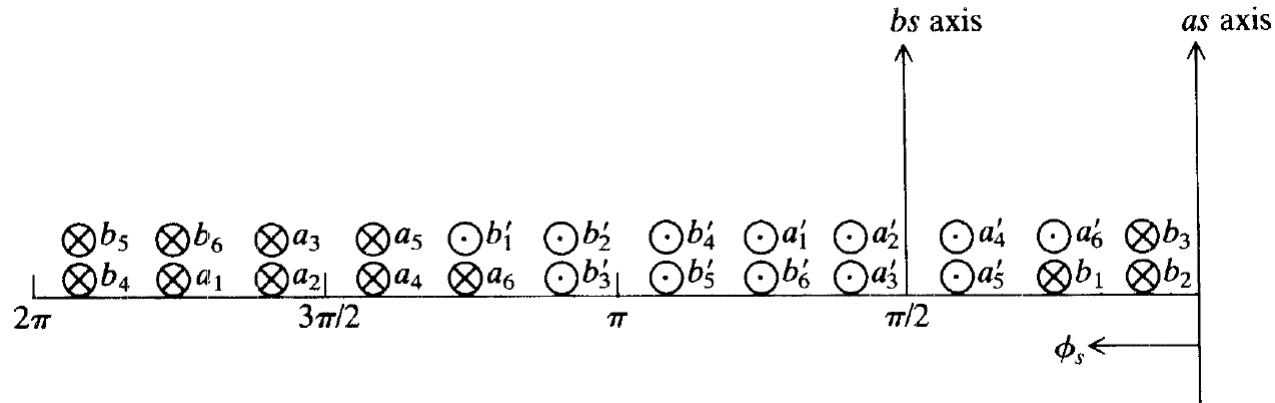
l est la longueur axiale de la machine
 r est rayon moyen de l'entrefer (rayon de la circonférence interne du stator)
 g et la longueur de l'entrefer

Exemple-1

Pour la machine représentée sur cette figure (machine asynchrone, bipolaire, biphasée) calculer la matrice d'inductance et écrire les équations de tension. Calculez également le couple électromagnétique $T_e(i_{as}, i_{bs}, i_{ar}, i_{br}, \theta_r)$



Exemple-2



Cette figure montre la section transversale du stator d'une machine biphasée bipolaire. Le nombre de tours d'enroulement pour chaque côté de bobine est n_c . i_{as} coule dans le bobinage as et i_{bs} coule dans le bobinage bs . (a) dessiner le MMF pour chaque courant.