

Machines et entraînements électriques

ELE8401

Keyhan Sheshyekani

École Polytechnique de Montréal
e-mail: Keyhan.sheshyekani@polymtl.ca

Hiver 2018

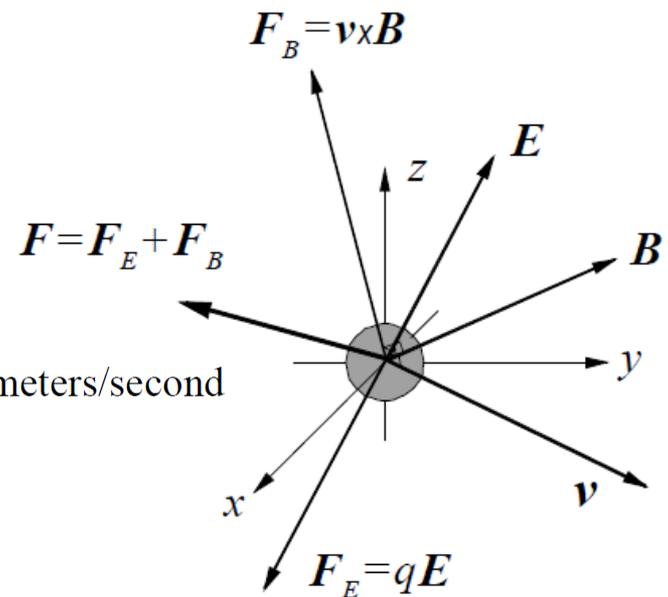
Force électromagnétique

FORCE DE LORENTZ

Quand une particule de charge se déplace dans une région où il y a un champ électrique et magnétique, la force totale est la somme de la force électrique $q\mathbf{E}$ et de la force magnétique $q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$.

On a donc :

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$



F : newtons, q : coulombs, E : volts/meter, B : teslas, v : meters/second

Forces appliquées à une particule de charge en mouvement dans un milieu électromagnétique

Force électromagnétique

Force magnétique agissant sur un courant électrique

S'il y a n particules (q) par unité de volume, le nombre total de particules traversant une surface unité par unité de temps est $n\mathbf{v}$, et la densité de courant définie comme la charge passant par unité de temps à travers la surface unité est le vecteur : $\mathbf{J} = nq\mathbf{v}$

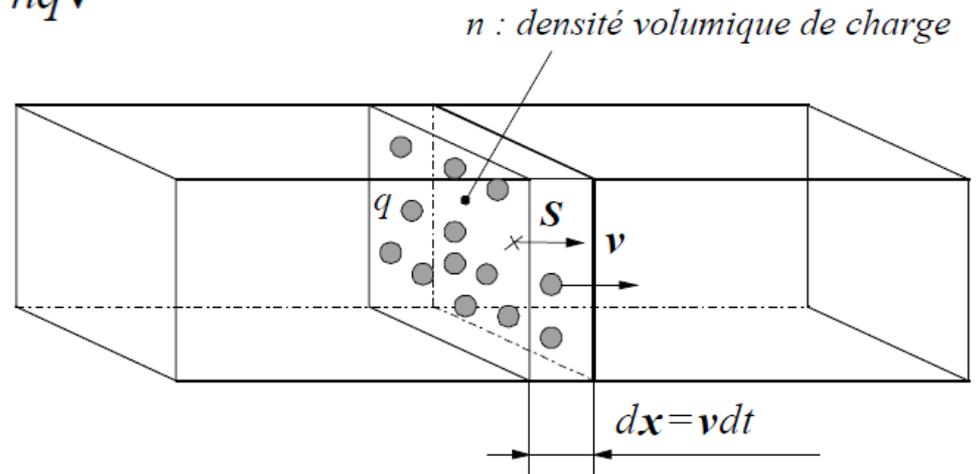
$$I = \mathbf{J} \cdot \mathbf{S} = nq\mathbf{v} \cdot \mathbf{S}$$

La force par unité de volume:

$$\mathbf{f} = nq\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

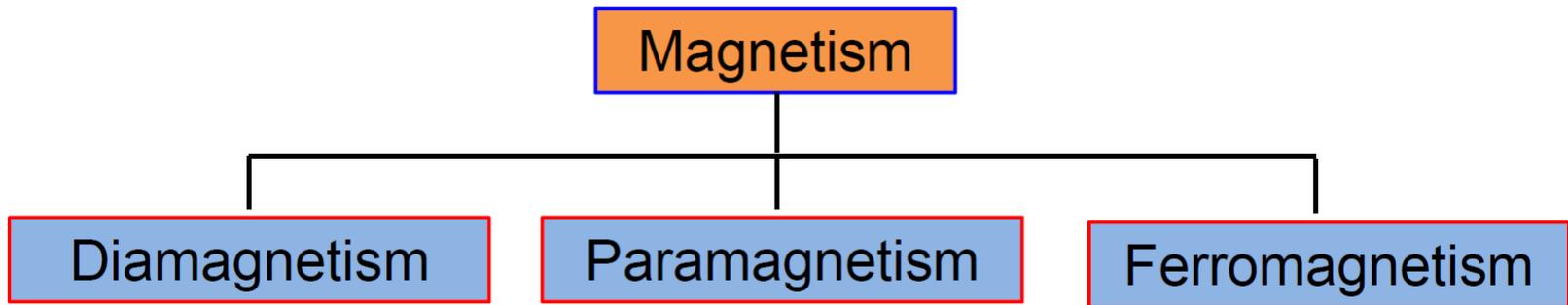
La force total s'obtient par:

$$\mathbf{F} = \int_{\text{Volume}} \mathbf{J} \times \mathbf{B} dV$$



Aimantation

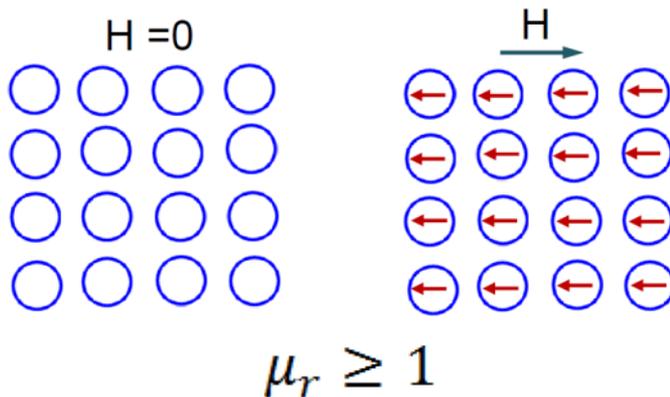
En fonction de l'existence et de l'alignement des moments avec ou sans application de champ magnétique, trois les types de magnétisme peuvent être définis



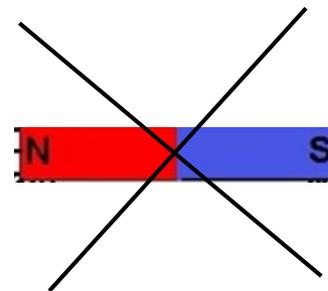
Diamagnétisme

Il n'y a pas de dipôles magnétiques en l'absence d'un magnétique champ et quand un champ magnétique est appliqué les moments dipolaires sont alignés en face de la direction de champ.

La susceptibilité magnétique, χ_m ($\mu_r - 1$) est négative i.e., \mathbf{B} dans un matériel diamagnétique est moins que celui du vide.



Diamagnetic materials:
 Al_2O_3 , Cu, Au, Si, Zn

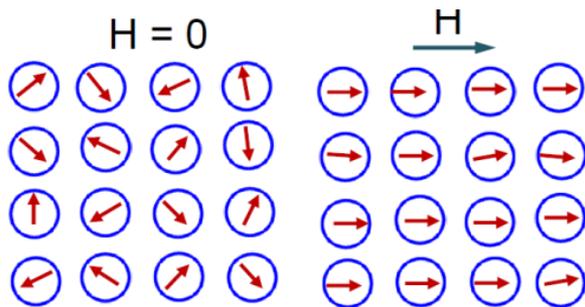


Paramagnétique

Dans un matériau paramagnétique, l'annulation des moments entre les paires d'électrons est incomplet et donc des moments magnétiques existent sans champ magnétique externe.

Cependant, les moments magnétiques sont alignés au hasard et d'où aucune magnétisation nette sans champ externe.

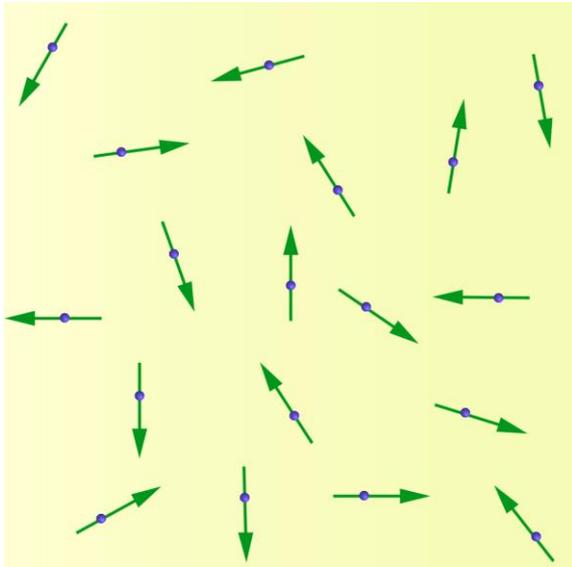
La susceptibilité magnétique est petite mais positive. i.e. B dans un le matériel paramagnétique est légèrement plus grand que celui du vide



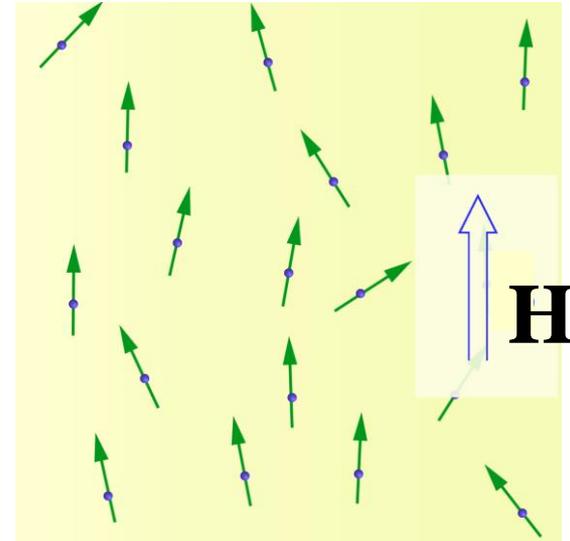
Paramagnetic materials:
Al, Cr, Mo, Ti, Zr

$$\mu_r \leq 1$$

Ferromagnétiques



Fe: Fer
Co: cobalt
Ni: Nickel



Comportement ferromagnétique: aimantation sans champ magnétique externe à des températures non nulles possibles.



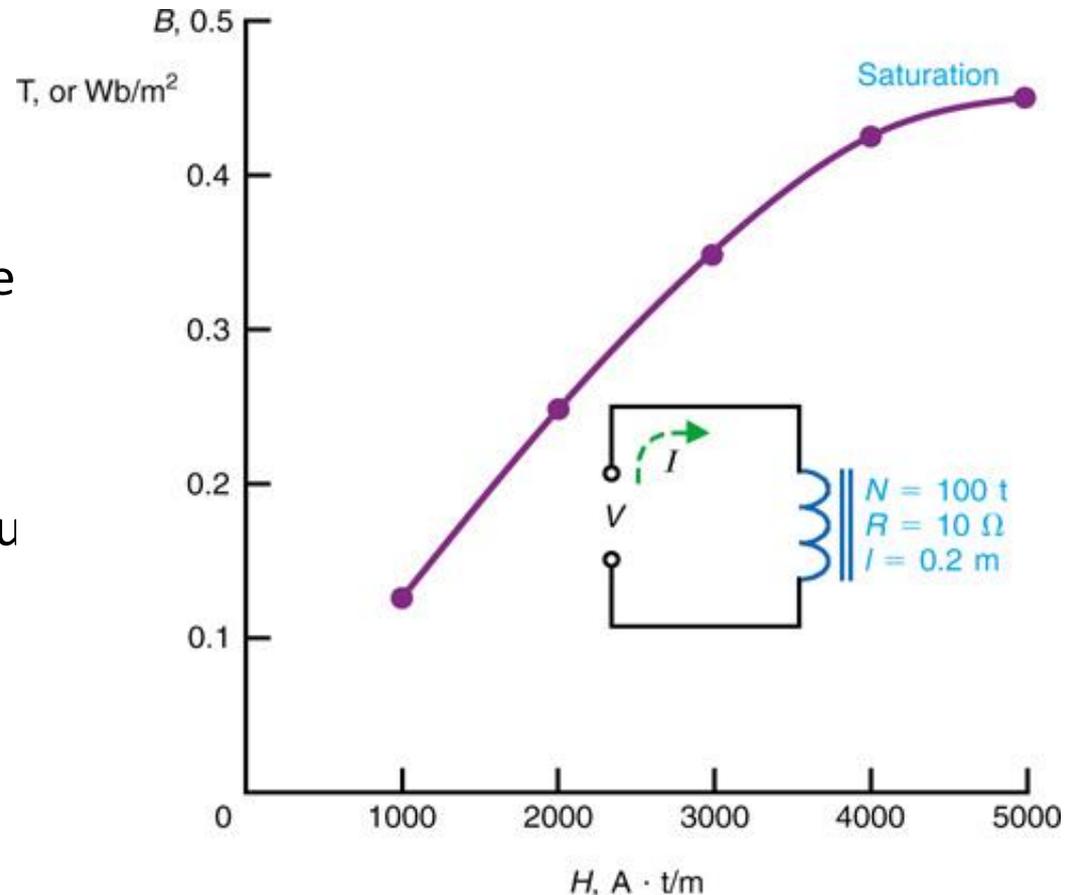
$$\mu_r \gg 1$$

Ferromagnétiques

Material	$\mu/(\text{H m}^{-1})$	μ_r	Application
Ferrite U 60	1.00E-05	8	UHF chokes
Ferrite M33	9.42E-04	750	Resonant circuit RM cores
Nickel (99% pure)	7.54E-04	600	-
Ferrite N41	3.77E-03	3000	Power circuits
Iron (99.8% pure)	6.28E-03	5000	-
Ferrite T38	1.26E-02	10000	Broadband transformers
Silicon GO steel	5.03E-02	40000	Dynamos, mains transformers
supermalloy	1.26	1000000	Recording heads

B-H Magnetization Curve

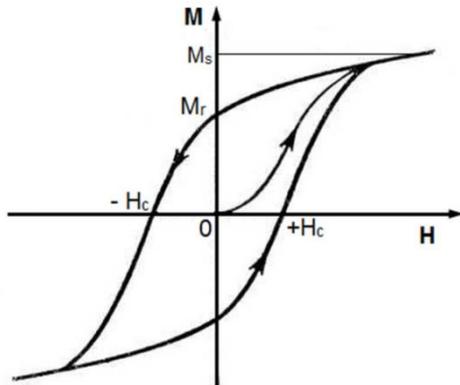
- La courbe d'aimantation B-H montre combien la densité de flux B résulte de l'augmentation de l'intensité du champ H.
- La saturation est l'effet de peu de variation de la densité du flux lorsque l'intensité du champ augmente.



B-H Courbe d'aimantation (magnétisation curve) pour le fer mou

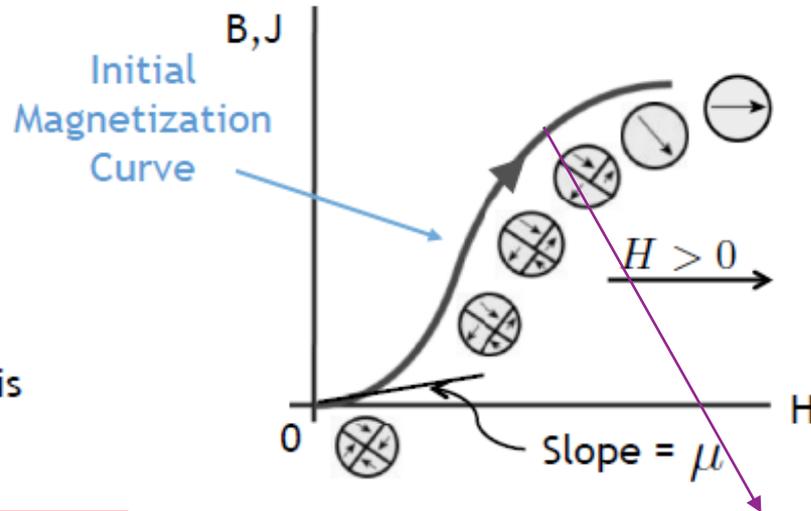
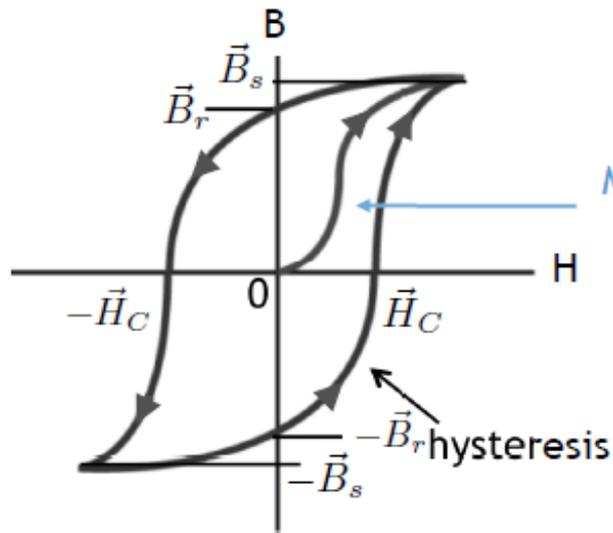
Hystérésis

- Si le champ est réduit de la saturation par inversion magnétique, un l'hystérésis se développe.
- comme le champ est inversé les domaines favorables orientés ont tendance à aligner dans la nouvelle direction. Lorsque H atteint zéro une partie de les domaines restent alignés dans la direction précédente donnant lieu à une aimantation résiduelle appelée Rémanence, M_r .
- L'hystérésis est importante pour deux raisons. Tout d'abord, il représente le mécanisme de «piégeage» flux magnétique dans un morceau de matériel pour former un aimant permanent . Deuxièmement, l'hystérésis est un mécanisme de perte



H_c , l'intensité de champ inverse ou l'aimantation est nulle, appelée coercition (Coercivity).

Ferromagnetic Materials

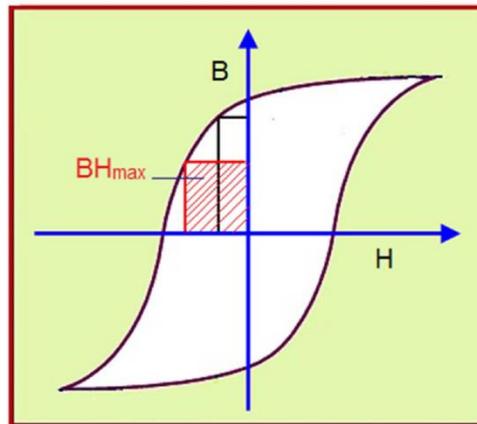
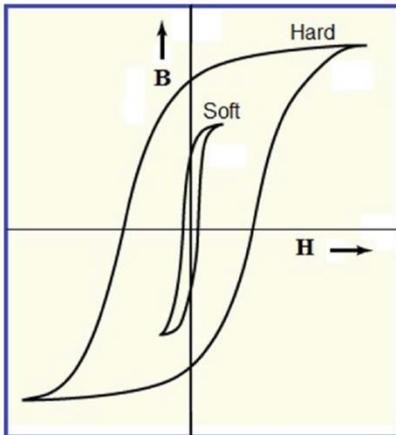


H_r : coercive magnetic field strength
 B_s : remanence flux density
 B : saturation flux density

Comportement d'un matériau initialement non magnétisé. Configuration de domaine pendant plusieurs étapes de magnétisation.

Aimants durs et mous

- Sur la base de leurs caractéristiques d'hystérésis Ferromagnétique peuvent être classés comme **durs** et **mous** aimants.
- les aimants **mous** ont une courbe d'hystérésis étroite et des perméabilité et donc facile à magnétiser et à démagnétiser. Il est juste en face pour les aimants **durs**.



Application:

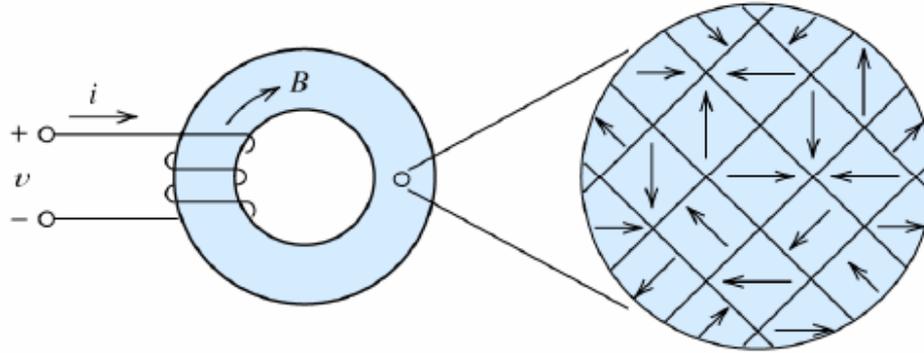
Aimant mou:

machines électrique

Aimant dure:

aimant permanent

Energie d'hystérésis



$$W = \int_0^t v i dt = \int_0^t N \frac{d\phi}{dt} i dt = \int_0^\phi N i d\phi$$

$$N i = H l \text{ and } d\phi = A dB$$

$$W = \int_0^B A l H dB = V_{core} \int_0^B H dB$$

$$\frac{W}{V} = W_V = \int_0^B H dB$$

Perte de d'hystérésis

La formule empirique de Steinmetz pour la perte d'hystérésis

Basé sur les résultats obtenus par des expériences avec différents matériaux ferromagnétiques avec des courants sinusoïdals, *Charles Steimetz* a proposé la formule empirique pour calculer la perte d'hystérésis analytiquement.

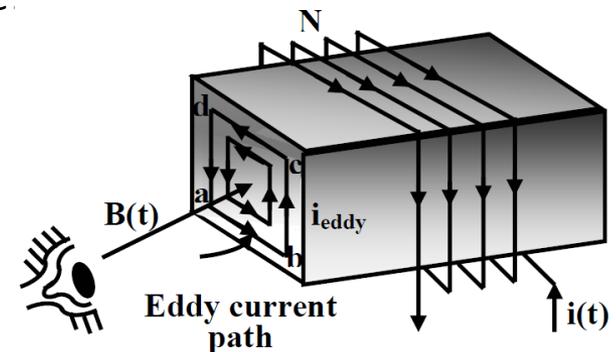
Perte d'hystérésis par unité de volume $P_h = k_h f B_{\max}^n$

Où, le coefficient k_h dépend du matériau et n , connu sous le nom d'exposant Steinmetz, peut varier de 1.5 à 2.5. Pour le fer il peut être pris comme 1.6.

Courants de Foucault

- Lorsque les champs magnétiques temps variable passent à travers le fer, ils provoquent des courants de Foucault à couler, et bien sûr ceux produisent la dissipation. En fait, pour presque toutes les applications impliquant le fer «mou», courants de Foucault sont la source dominante de la perte.
- Pour réduire la perte de courant de Foucault, les circuits magnétiques des transformateurs et les machines électriques sont presque invariablement laminés, ou constitués de tôles d'acier relativement fines.
- Pour réduire encore les pertes, le fer est allié avec des éléments (souvent du silicium) qui empoisonnent la conductivité électrique.

$$P_{eddy} = k_e f^2 B_{max}^2 \tau^2$$



Principes de conversion électromécanique

Le processus de conversion électromécanique-énergie se fait par l'intermédiaire du champ électrique ou magnétique du dispositif de conversion.

- Transducteurs: microphone, capteur, capteur, haut-parleur (petit mouvement)
- Force produisant des dispositifs: solénoïde, relais, électroaimant (mouvement mécanique limité)
- Équipement de conversion continue de l'énergie: moteur, générateur

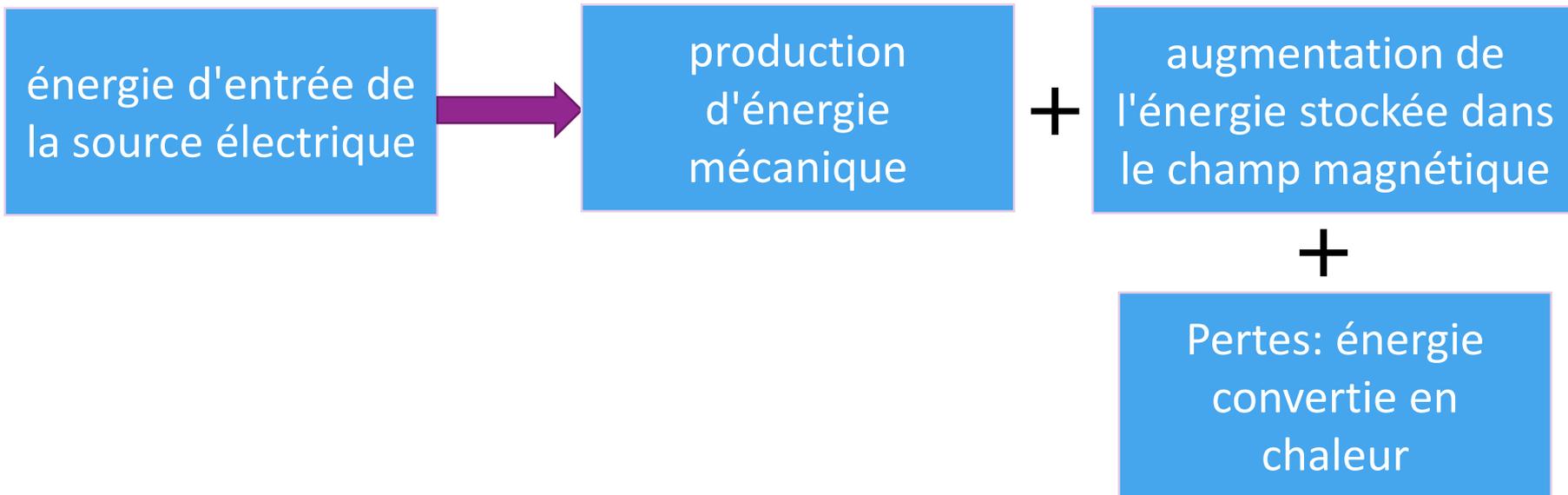
Conversion électromécanique

Un système de convertisseur électromécanique comporte trois parties essentielles:

- (1)- Un système électrique (circuits électriques tels que les enroulements)
- (2)- Un système magnétique (champ magnétique dans les noyaux magnétiques et les entrefers)
- (3)- Un système mécanique (parties mécaniquement mobiles telles qu'un rotor dans une machine électrique).

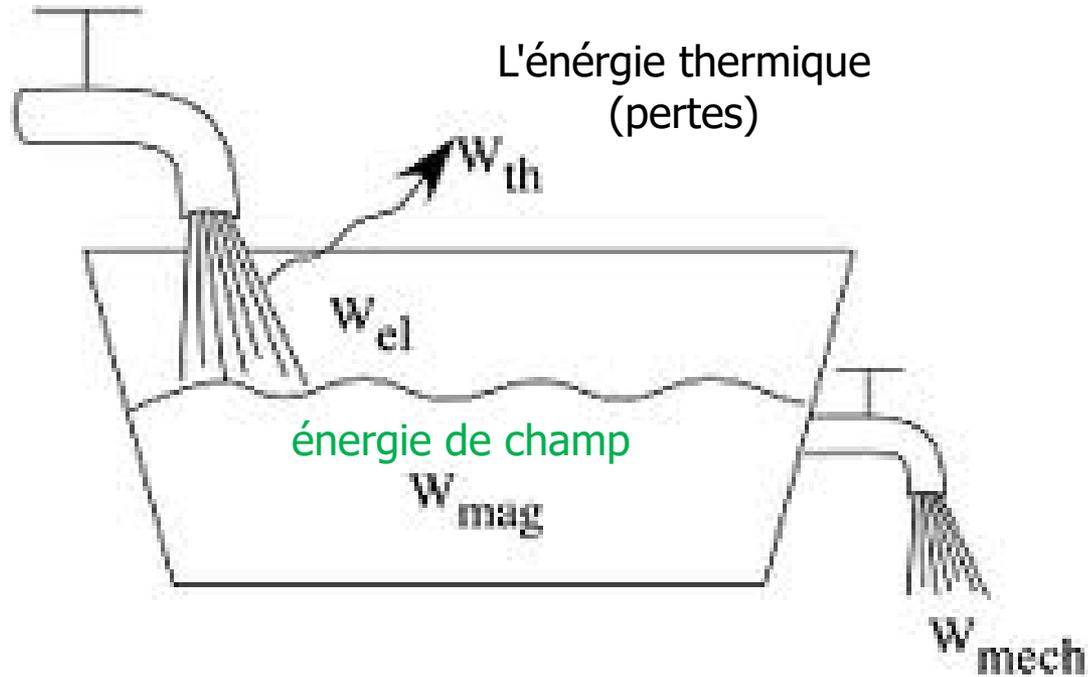
Forces et couples dans les systèmes de champs magnétiques

1. La méthode d'équilibre énergétique pour un moteur (energy balance)



Conversion électromécanique : Analogie

Énergie électrique
(entrée)



Énergie mécanique
(sortie)

Question

Q: existe-t-il un système électromécanique où le champ électrique est responsable de la conversion d'énergie?

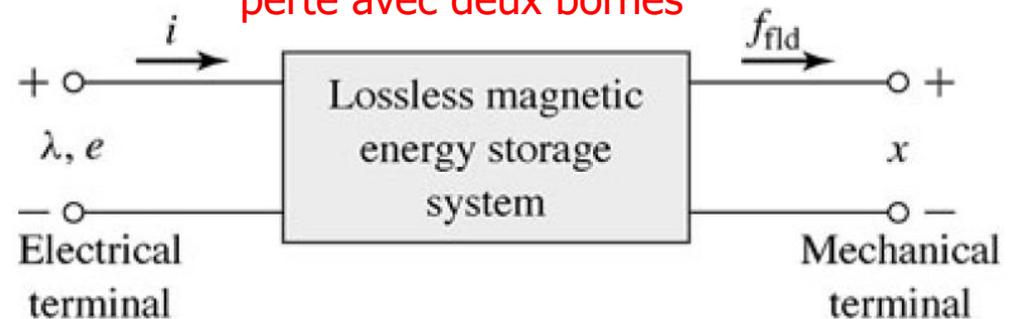


Forces et couples dans les systèmes de champs magnétiques

1. La méthode de l'énergie

basé sur le principe de la conservation de l'énergie: l'énergie n'est ni créée ni détruite; Il est simplement changé dans la forme.

un système de stockage d'énergie magnétique sans perte avec deux bornes



- la borne électrique a deux variables : (tension, e), (courant, i).
- le terminal mécanique a deux variables : f_{fld} (force), x (position)
- le mécanisme de perte est séparé du mécanisme de stockage d'énergie.
- — Pertes électriques: pertes ohmique, Pertes de fer dues à la fréquence fondamentale flux alternatif dans le noyau.
- — Pertes mécaniques: frottement, enroulement ...

Conversion électromécanique

Pour le système de stockage de l'énergie magnétique sans perte sous forme différentielle,

$$dW_e = dW_m + dW_f$$

$dW_e = i d\lambda$: changement différentiel de l'énergie électrique

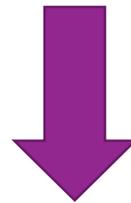
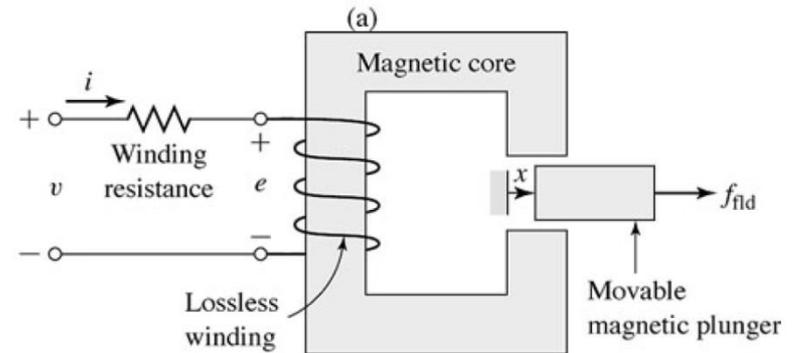
$dW_m = f_{fld} dx$: changement différentiel de la production l'énergie mécanique

dW_f : changement différentiel de l'énergie magnétique stockée

Conversion électromécanique

$$dW_e = e i dt; \quad e = \frac{d\lambda}{dt}$$

$$dW_e = \frac{d\lambda}{dt} i dt = i d\lambda$$

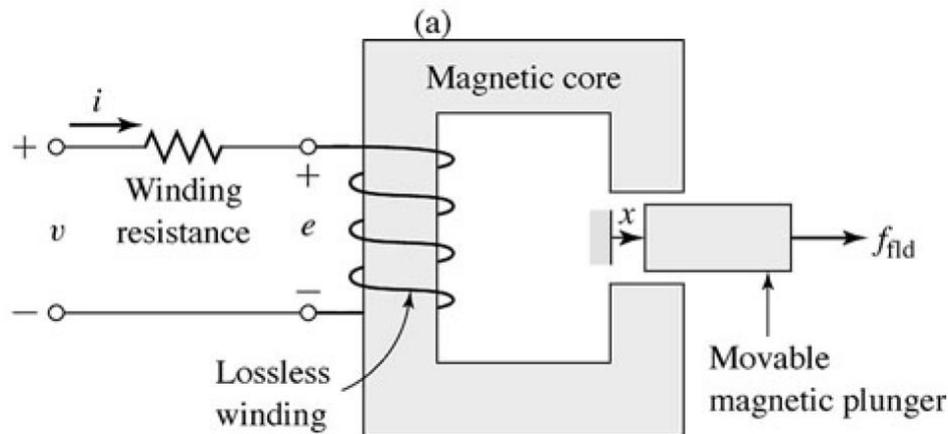


$$dW_e = e i dt = dW_m + dW_f$$

Ici, e est la tension induite dans les bornes électriques en changeant l'énergie magnétique stockée.

Forces et couples dans les systèmes de champs magnétiques

un dispositif simple produisant des forces avec une seule bobine formant la borne électrique, et un plongeur mobile servant de borne mécanique.



l'interaction entre les bornes électriques et mécaniques, c'est-à-dire la conversion de l'énergie électromécanique, se produit à travers le milieu (medium) de l'énergie magnétique stockée.

Forces et couples dans les systèmes de champs magnétiques

W_{fld} : L'énergie stockée dans le champ magnétique

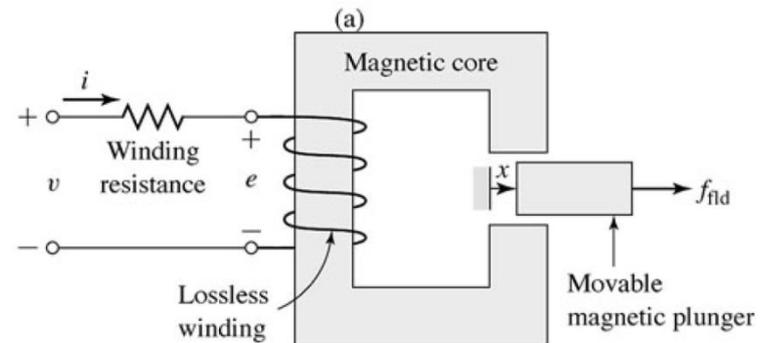
$$\frac{dW_{fld}}{dt} = ei - f_{fld} \frac{dx}{dt}$$

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

$$dW_{fld} = id\lambda - f_{fld} dx$$



La valeur de W_{fld} est uniquement spécifiée par les valeurs de λ et x , puisque le système de stockage d'énergie magnétique est sans perte.



Ces équations forment la base de la méthode de l'énergie

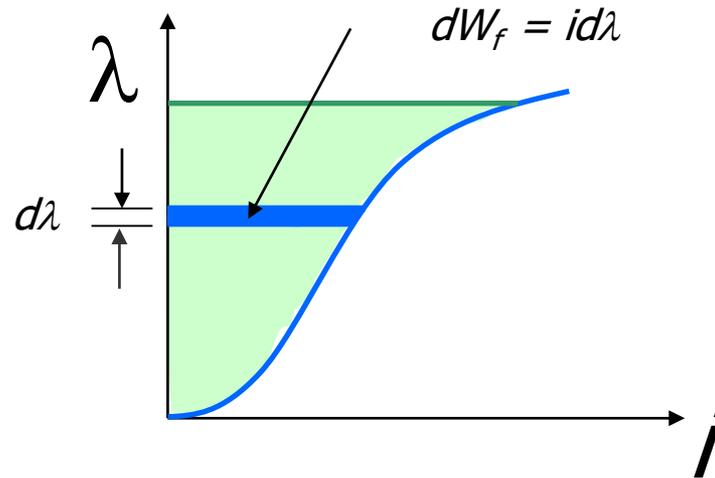
$$dW_{elec} = dW_{mech} + dW_{fld}$$

$dW_{elec} = i d\lambda$: changement différentiel de l'énergie électrique

$dW_{mech} = f_{fld} dx$: changement différentiel de la production de l'énergie mécanique

dW_{fld} : changement différentiel de l'énergie magnétique stockée

Energie dans le système magnétique



$$W_{fld} = \int id\lambda$$

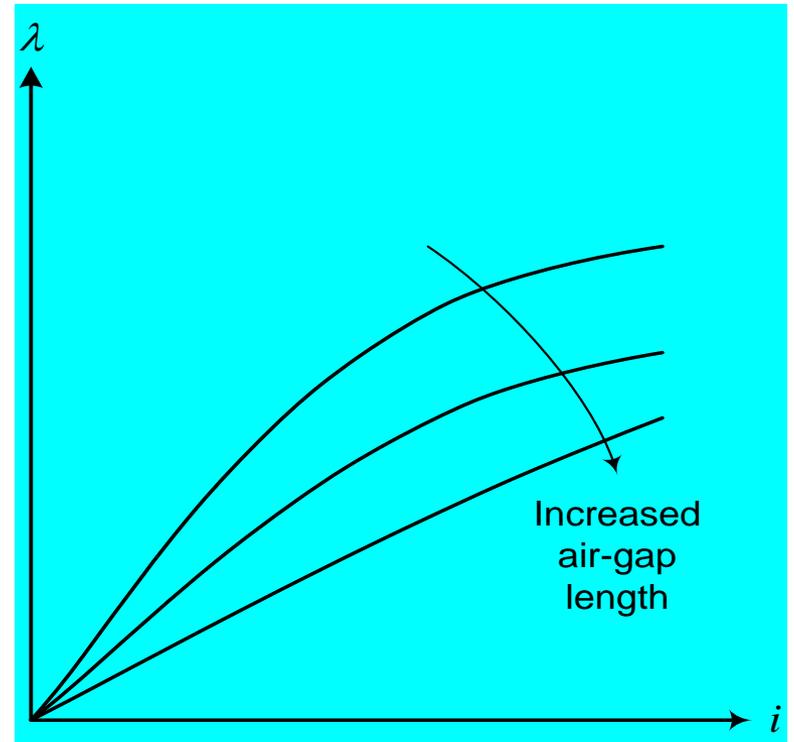
dW_{fld} : changement différentiel de l'énergie magnétique stockée

Energie et Coénergie

Les caractéristiques λ - i d'un système électromagnétique dépendent de la longueur de l'entrefer et des caractéristiques B-H du matériau magnétique.

Pour une longueur grande d'entrefer, la caractéristique est essentiellement **linéaire**.

La caractéristique devient **non linéaire** lorsque la longueur de l'entrefer diminue.

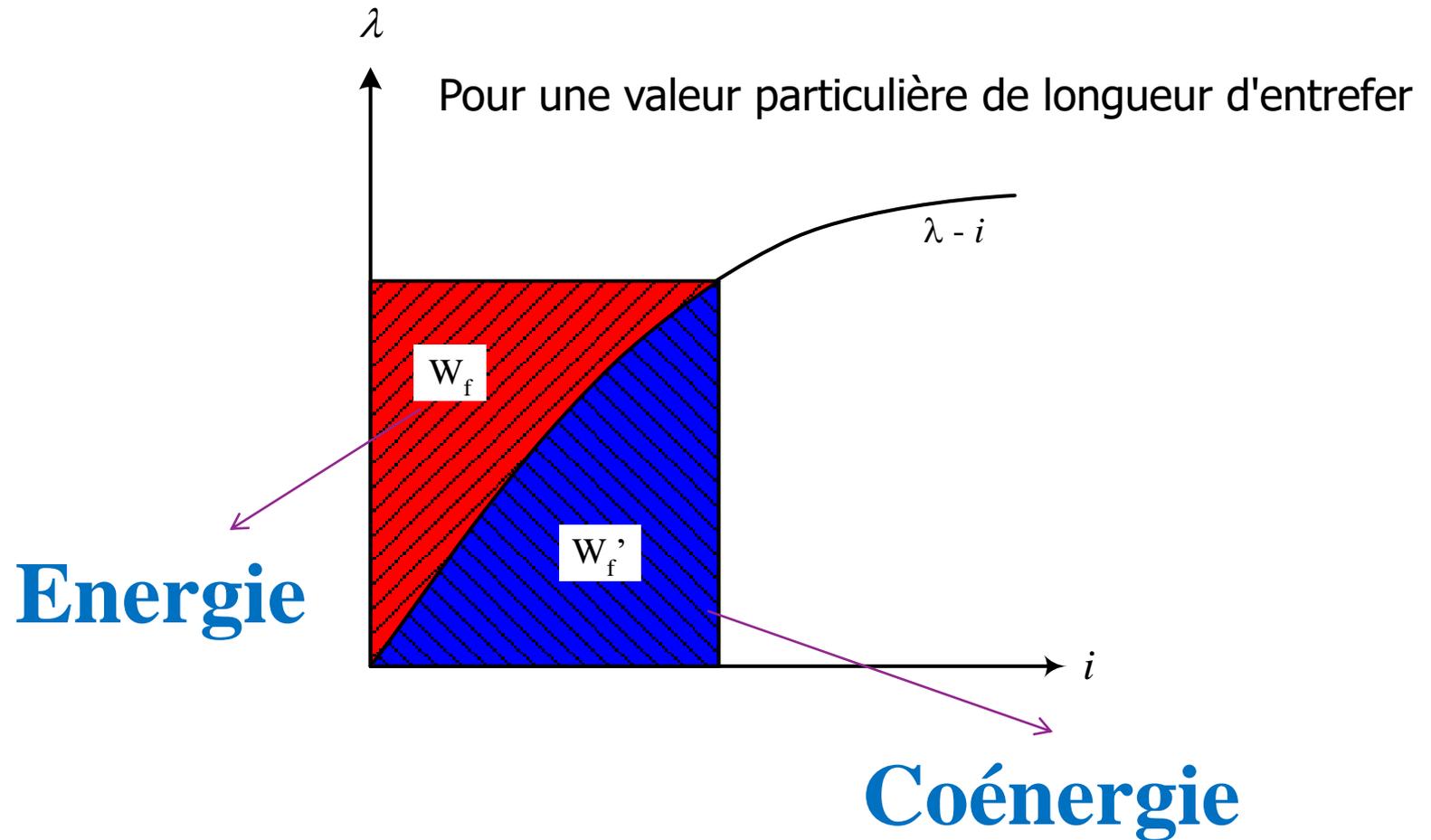


Questione

Q3: quel est le (s) rôle (s) de l'entrefer dans les machines électriques? discuter!



Energie et Coénergie



Energie et Coénergie

La coénergie est définie comme

$$W'_{fld} = \int_0^i \lambda di$$

De la figure de λ - i characteristic,

$$W'_{fld} + W_{fld} = \lambda i$$

Il est noter que $W'_{fld} > W_{fld}$ si λ - i est non linéaire et $W'_{fld} = W_{fld}$ si c'est linéaire.

La quantité de coénergie n'a pas de signification physique. Cependant, il peut être utilisé pour dériver des expressions pour la force (couple) développée dans un système électromagnétique

Détermination de la force à partir de l'énergie

L'énergie magnétique stockée W_{fld} est une fonction d'État, déterminée uniquement par les valeurs des variables d'État indépendantes λ et x .

$$dW_{\text{fld}}(\lambda, x) = i d\lambda - f_{\text{fld}} dx$$

$$dF(x_1, x_2) = \left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|_{x_2} dx_1 + \left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_{x_1} dx_2$$

$$dW_{\text{fld}}(\lambda, x) = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial \lambda} \right|_x d\lambda + \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_\lambda dx$$



$$i = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, x)}{\partial \lambda} \right|_x$$

$$f_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, x)}{\partial x} \right|_\lambda$$

où la dérivée partielle est prise en maintenant x constant

où la dérivée partielle est prise en maintenant λ constant

Détermination de la force à partir de l'énergie

pour système magnétique linéaire $\longrightarrow \lambda = L(x)i \longrightarrow W_{fld} = \frac{1}{2} \lambda i$



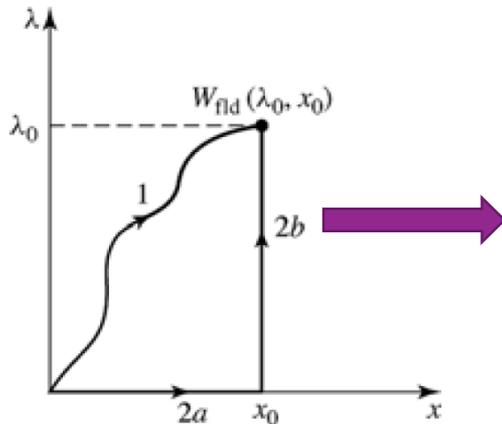
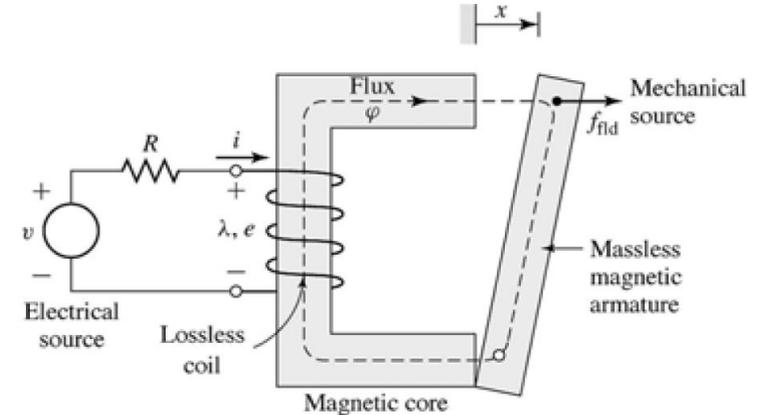
$$i = \left. \frac{\partial W_{fld}(\lambda, x)}{\partial \lambda} \right|_x$$
$$f_{fld} = \left. -\frac{\partial W_{fld}(\lambda, x)}{\partial x} \right|_\lambda$$

$$f_{fld} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)} \right) \Big|_\lambda = \frac{\lambda^2}{2L(x)^2} \frac{dL(x)}{dx}$$

$$f_{fld} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(x)}{dx}$$

Détermination de la force à partir de l'énergie

puisque le système de stockage d'énergie magnétique est sans perte, il est un système conservateur. W_{fld} est le même indépendamment de la façon dont λ et x sont apportés à leurs valeurs finales.



$$W_{\text{fld}}(\lambda_0, x_0) = \int_{\text{path 2a}} dW_{\text{fld}} + \int_{\text{path 2b}} dW_{\text{fld}}$$

On path 2a, $d\lambda = 0$ and $f_{\text{fld}} = 0$. Thus, $dW_{\text{fld}} = 0$ on path 2a.

On path 2b, $dx = 0$.

Therefore, (3.17) reduces to the integral of $i d\lambda$ over path 2b.

$$W_{\text{fld}}(\lambda_0, x_0) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x_0) d\lambda$$

For a linear system in which λ is proportional to i , (3.18) gives

$$W_{\text{fld}}(\lambda, x) = \int_0^{\lambda} i(\lambda', x) d\lambda' = \int_0^{\lambda} \frac{\lambda'}{L(x)} d\lambda' = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)}$$

V : the volume of the magnetic field

$$W_{\text{fld}} = \int_V \left(\int_0^B H \cdot dB' \right) dV$$

If $B = \mu H$,

$$W_{\text{fld}} = \int_V \left(\frac{B^2}{2\mu} \right) dV$$

Définition d'un système conservateur

Un système conservateur est un système dans lequel le travail effectué par une force est

1. indépendant du chemin.
2. égal à la différence entre les valeurs finales et initiales d'une fonction énergétique.
3. complètement réversible.



Détermination de la force magnétique et du couple de l'énergie

Pour un système ayant un terminal mécanique rotatif, les variables terminales mécaniques deviennent le déplacement angulaire θ et le couple T_{fld}

$$dW_{\text{fld}}(\lambda, \theta) = i d\lambda - T_{\text{fld}} d\theta$$
$$T_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\lambda}$$

pour système magnétique linéaire: $\lambda = L(\theta)i$

$$W_{\text{fld}}(\lambda, \theta) = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(\theta)}$$
$$T_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(\theta)} \right) \right|_{\lambda} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(\theta)^2} \frac{dL(\theta)}{d\theta}$$

$$T_{\text{fld}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta}$$

Détermination de la force magnétique et du couple de coénergie

On a déjà obtenu:

$$dW_{\text{fld}}(\lambda, x) = i d\lambda - f_{\text{fld}} dx$$

$$dW_{\text{fld}}(\lambda, x) = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial \lambda} \right|_x d\lambda + \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_{\lambda} dx$$

$$i = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, x)}{\partial \lambda} \right|_x$$

$$f_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, x)}{\partial x} \right|_{\lambda}$$

- Coénergie: à partir de laquelle la force peut être obtenue directement en fonction du courant. La sélection de l'énergie ou de la coénergie comme fonction de l'État est purement une question de commodité.

- La Coénergie $W'_{\text{fld}}(i, x)$ est définie comme une fonction de i et x tel que:

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = i\lambda - W_{\text{fld}}(\lambda, x)$$

$$d(i\lambda) = i d\lambda + \lambda di$$

$$dW'_{\text{fld}}(i, x) = d(i\lambda) - dW_{\text{fld}}(\lambda, x)$$

$$dW'_{\text{fld}}(i, x) = \lambda di + f_{\text{fld}} dx$$

Détermination de la force magnétique et du couple de coénergie

$$\text{De } dW'_{\text{fld}}(i, x) = \lambda di + f_{\text{fld}} dx$$

la coénergie, peut être considérée comme une fonction d'état des deux variables indépendantes i et x .

$$dW'_{\text{fld}}(i, x) = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial i} \right|_x di + \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}}{\partial x} \right|_i dx$$

$$\lambda = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}(i, x)}{\partial i} \right|_x$$

$$f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}(i, x)}{\partial x} \right|_i$$

Il faut bien se dire que Pour tout système donné, les équations suivantes donneront le même résultat.

$$f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}(i, x)}{\partial x} \right|_i \qquad f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, x)}{\partial x} \right|_{\lambda}$$

Détermination de la force magnétique et du couple de coénergie

la coénergie peut être trouvée comme:

$$W_{\text{fld}}(\lambda_0, x_0) = \int_0^{\lambda_0} i(\lambda, x_0) d\lambda$$

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x) di'$$

Pour les systèmes magnétiques linéaires pour lesquels: $\lambda = L(x)i$

$$W'_{\text{fld}}(i, x) = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

$$\boxed{f_{\text{fld}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(x)}{dx}}$$

est identique à l'expression donnée par l'énergie

Détermination de la force magnétique et du couple de coénergie

Pour un système avec un déplacement mécanique rotatif

$$W'_{\text{fld}}(i, \theta) = \int_0^i \lambda(i', \theta) di'$$

$$T_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}(i, \theta)}{\partial \theta} \right|_i$$

Si le système est magnétiquement linéaire: 

$$W'_{\text{fld}}(i, \theta) = \frac{1}{2} L(\theta) i^2$$

$$T_{\text{fld}} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta}$$

En termes de théorie de champ, pour les matériaux magnétiques: $W'_{\text{fld}} = \int_V \left(\int_0^{H_0} B \cdot dH \right) dV$

$$W'_{\text{fld}} = \int_V \frac{\mu H^2}{2} dV$$

Pour les matériaux à aimant permanent:

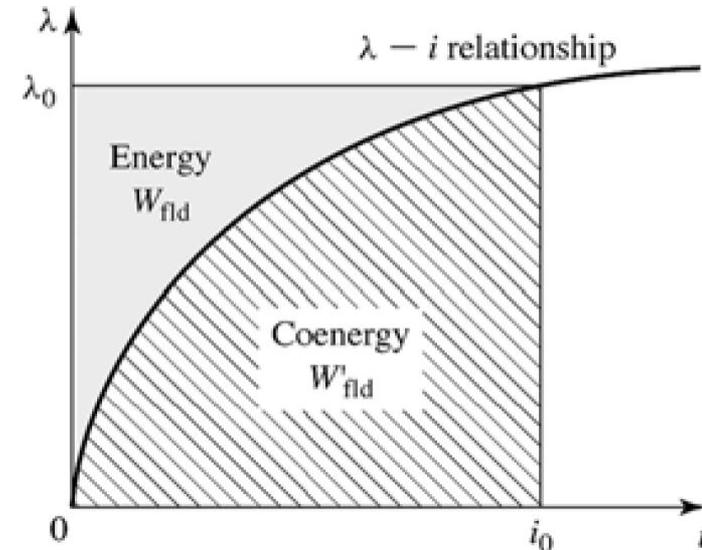
$$W'_{\text{fld}} = \int_V \left(\int_{H_c}^{H_0} B \cdot dH \right) dV$$

Énergie et coénergie

- Pour un système magnétique linéaire, l'énergie et la coénergie (densités) sont numériquement égales:



$$\frac{1}{2}\lambda^2 / L = \frac{1}{2}Li^2, \quad \frac{1}{2}B^2 / \mu = \frac{1}{2}\mu H^2$$



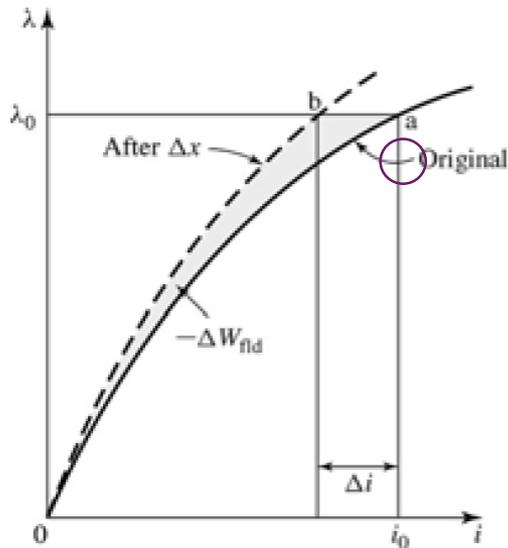
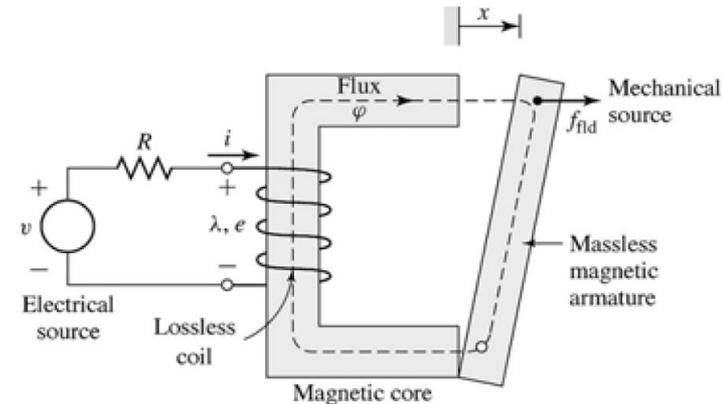
énergie et coénergie dans un système d'un excitation (singly-excited)

- Pour un système non linéaire dans lequel (λ et i) ou (B et H) ne sont pas linéairement proportionnels, les deux fonctions ne sont même pas numériquement égales

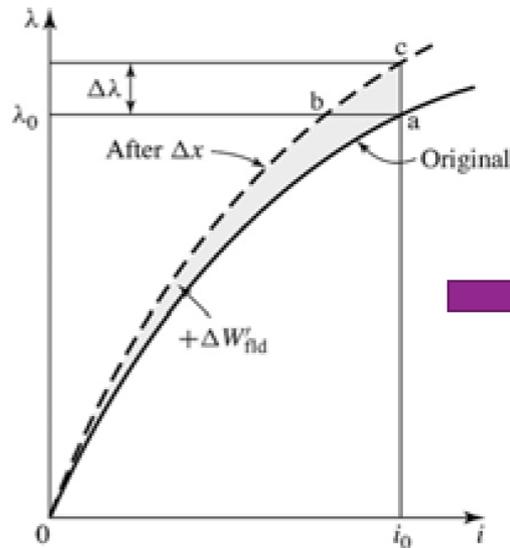
$$W_{\text{fld}} + W'_{\text{fld}} = \lambda i$$

Énergie et coénergie

Considérez le relais et supposons que l'armature de relais est à la position x de sorte que l'appareil fonctionne au point a



(a)



(b)

$$f_{\text{fld}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{fld}}(\lambda, x)}{\partial x} \right|_{\lambda} \cong \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left. \frac{-\Delta W_{\text{fld}}}{\Delta x} \right|_{\lambda} \quad \text{and}$$

$$f_{\text{fld}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{fld}}(i, x)}{\partial x} \right|_i \cong \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left. \frac{\Delta W'_{\text{fld}}}{\Delta x} \right|_i$$

Effet de Δx sur l'énergie et la coénergie d'un dispositif à excitation excitée:

(a) changement d'énergie avec la constante λ maintenue; (b) changement de coénergie avec i maintenu constant

Énergie et coénergie: Remarques générales

■ La force agit dans une direction pour

(1) diminuer l'énergie stockée dans le champ magnétique à flux constant

$$f_{fld} = - \left. \frac{\partial \mathcal{W}_{fld}(\lambda, x)}{\partial x} \right|_{\lambda}$$

(2) ou pour augmenter la coénergie à courant constant.

$$f_{fld} = + \left. \frac{\partial \mathcal{W}'_{fld}(i, x)}{\partial x} \right|_i$$

(3) pour augmenter l'inductance à courant constant.

$$f_{fld} = + \left. \frac{i^2}{2} \frac{dL(x)}{dx} \right|_i$$

Détermination de la force en utilisant l'énergie et la coénergie?

Le choix de l'énergie ou de la coénergie comme fonction pour trouver la force est purement une question de commodité.

Ils donnent tous deux le même résultat, mais l'un ou l'autre peut être plus simple d'un point de vue analytique, en fonction du résultat souhaité et des caractéristiques du système analysé.

B-H Courbe et Densité énergétique

Dans un circuit magnétique ayant un entrefer important g , et une perméabilité élevée du noyau de fer, presque toute l'énergie stockée réside dans l'entrefer. Par conséquent, dans la plupart des cas, il suffit de considérer l'énergie stockée dans l'espace.

L'énergie magnétique stockée,

$$W_f = \int_0^\lambda i d\lambda$$

in which $i = \frac{Hg}{N}$ and $d\lambda = d(N\phi) = d(NAB) = NAdB$

B-H Courbe et Densité énergétique

donc
$$W_f = \int_0^B \frac{Hg}{N} NAdB = Ag \int_0^B HdB$$

Cependant, Ag est le volume de l'entrefer. La division des deux côtés de l'équation ci-dessus par le volume Ag donne:

$$w_f = \frac{W_f}{Ag} = \int_0^B HdB$$

w_f est l'énergie par unité de volume

B-H Courbe et Densité énergétique

Pour un circuit magnétique linéaire, $B = \mu H$ ou $H = B / \mu$, densité d'énergie:

$$w_{fld} = \int_0^B H dB = \int_0^B \frac{B}{\mu} dB = \frac{B^2}{2\mu}$$

densité d'coénergie

$$w'_{fld} = \int_0^H B dH = \int_0^H \mu H dH = \frac{\mu H^2}{2}$$

Systemes doublement excités:

Énergie, Coénergie et Force ou
Couple

Machines tournantes

- Laissons envisager le cas général où le stator et le rotor ont des enroulements portant le courant (i_s et i_r)
- laissez le système statique, c'est-à-dire sans sortie mécanique. Donc l'énergie du champ, W_f peut être évalué:

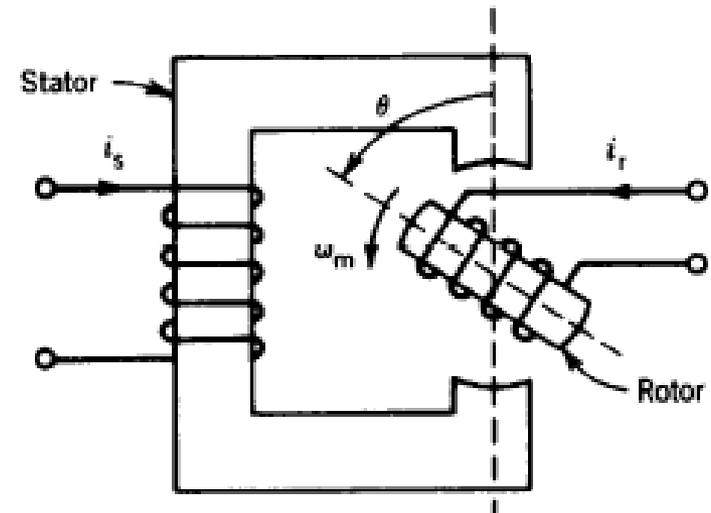
$$dW_f = e_s i_s dt + e_r i_r dt \\ = i_s d\lambda_s + i_r d\lambda_r$$

$$\lambda_s = L_{ss} i_s + L_{sr} i_r$$

$$\lambda_r = L_{rs} i_s + L_{rr} i_r$$

$$\begin{vmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{sr} & L_{rr} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_s \\ i_r \end{vmatrix}$$

$$dW_f = i_s d(L_{ss} i_s + L_{sr} i_r) + i_r d(L_{sr} i_s + L_{rr} i_r) \\ = L_{ss} i_s di_s + L_{rr} i_r di_r + L_{sr} d(i_s i_r)$$



Machines tournantes

- Énergie de champ stockée

$$W_f = L_{SS} \int_0^{i_s} i_s di_s + L_{rr} \int_0^{i_r} i_r di_r + L_{sr} \int_0^{i_s i_r} d(i_s i_r)$$

$$= \frac{1}{2} L_{SS} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r$$

- Couple

$$T = \left. \frac{\partial W'_f(i, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i=\text{constant}} \quad X \rightarrow \theta \quad \text{système linéaire}$$

$W'_f = W_f$

$$T = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{SS}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

- Les deux premiers termes représentent le **couple de réluctance**; variation de l'auto-inductance (existe à la fois dans le stator saillant et le rotor, ou dans le stator ou le rotor saillant)
- Le troisième terme représente le **couple d'alignement**; variation de l'inductance mutuelle.

Machines tournantes

Couple de réluctance - Il est causé par la tendance du pôle induit à s'aligner avec le pôle excité, de sorte que la réluctance minimale est produite. Au moins l'un des enroulements ou les deux doivent être excités.

Couple d'alignement - Il est provoqué par une tendance du rotor excité à s'aligner avec le stator excité afin de maximiser l'inductance mutuelle. Les deux enroulements doivent être excités.

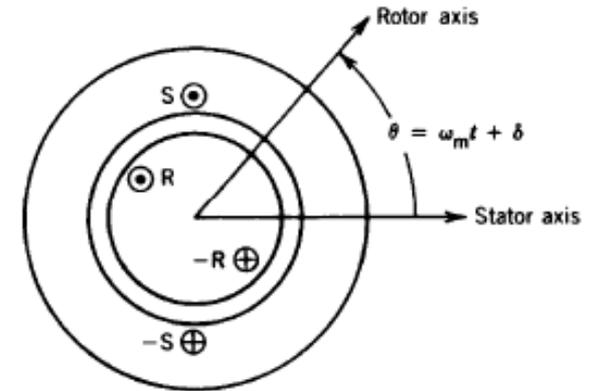
Machines cylindriques

- Les machines à réluctance sont simples dans la construction, mais le couple développé dans ces machines est petit.
- Les machines cylindriques, bien que de construction plus complexe, produisent des couples plus élevés.

La plupart des machines électriques sont de type cylindrique.

Machines cylindriques

- Une vue en coupe transversale d'une machine tournante cylindrique bipolaire élémentaire est représentée (entrefer uniforme).
- Les enroulements du stator et du rotor sont placés sur deux fentes.
- Dans la machine actuelle, les enroulements sont répartis sur plusieurs fentes.
- Si les effets des fentes sont négligés, la réluctance du chemin magnétique est indépendante de la position du rotor.
- L_{ss} et L_{rr} supposés constants (c'est-à-dire aucun couple de réluctance produit).
- Le couple d'alignement est causé par la tendance du rotor excité à s'aligner sur le stator excité, dépend de l'inductance mutuelle.



Machines cylindriques

- Couple produit

$$T = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} = i_s i_r \frac{dM \cos \theta}{d\theta} = M i_s i_r \sin \theta$$

T_m quand $\theta = 90^\circ$

- Inductance mutuelle $L_{sr} = M \cos \theta$

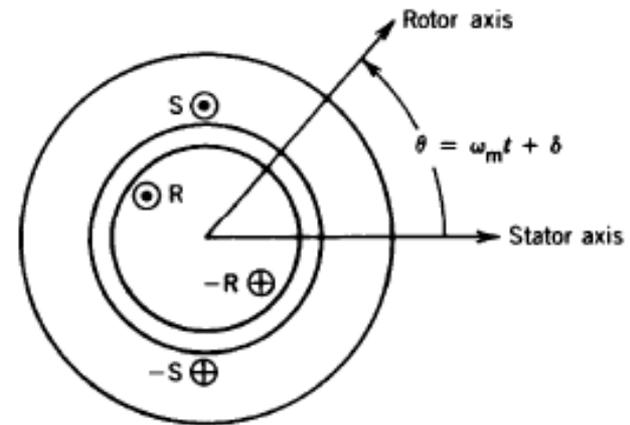
- Courants

$$i_s = I_{sm} \cos \omega_s t$$

$$i_r = I_{rm} \cos(\omega_r t + \alpha)$$

- Position

$$\theta = \omega_m t + \delta$$



M = valeur maximale de l'inductance mutuelle

θ = l'angle entre l'axe magnétique du stator et les enroulements du rotor

ω_m = vitesse angulaire du rotor

Machines cylindriques

$$T = -I_{sm} I_{rm} M \cos \omega_s t \cos(\omega_r t + \alpha) \sin(\omega_m t + \delta)$$

$$T = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} \left[\begin{array}{l} \sin\{(\omega_m + (\omega_s + \omega_r))t + \alpha + \delta\} + \\ \sin\{(\omega_m - (\omega_s + \omega_r))t - \alpha + \delta\} + \\ \sin\{(\omega_m + (\omega_s - \omega_r))t - \alpha + \delta\} + \\ \sin\{(\omega_m - (\omega_s - \omega_r))t + \alpha + \delta\} \end{array} \right]$$

- Le couple en général varie de façon sinusoïdale avec le temps
- La valeur moyenne de chaque terme est zéro sauf si le coefficient de t est nul

Machines cylindriques

- Le couple moyen non nul existe / se développe seulement si

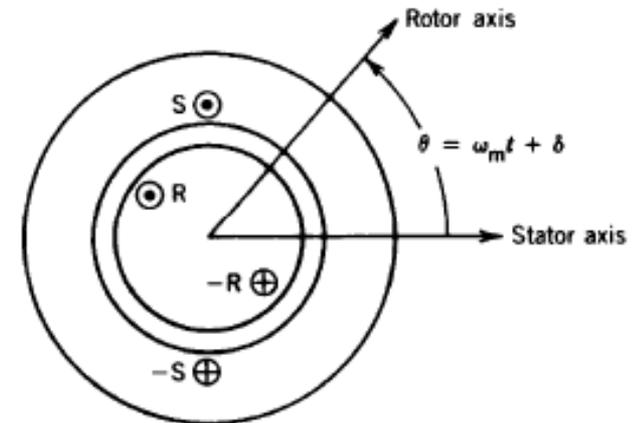
$$\omega_m = \pm(\omega_s \pm \omega_r) \quad |\omega_m| = |\omega_s \pm \omega_r| \text{ ———}$$

Cas 1: $\omega_r = 0 \quad \omega_m = \omega_s \quad \alpha = 0$

- Synchronous machine

$$T = -\frac{I_{sm} I_R M}{2} \{ \sin(2\omega_s t + \delta) + \sin \delta \}$$

$$T_{avg} = -\frac{I_{sm} I_R M}{2} \sin \delta$$



Machines cylindriques

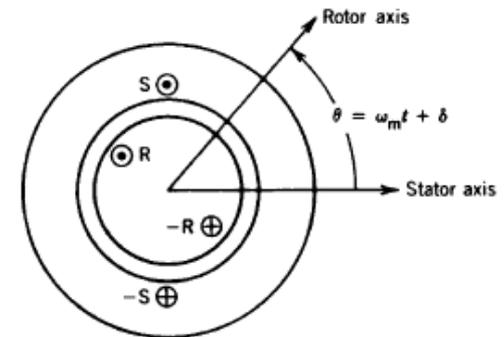
- Machines asynchrones

$$\omega_m = \omega_s - \omega_r \quad \omega_m \neq \omega_r \quad \omega_m \neq \omega_s$$

$$T = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4} \left[\begin{array}{l} \sin(2\omega_s t + \alpha + \delta) + \sin(-2\omega_r t - \alpha + \delta) + \\ \sin(2\omega_s t - 2\omega_r t - \alpha + \delta) + \sin(\alpha + \delta) \end{array} \right]$$

$$T_{avg} = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4} \sin(\alpha + \delta)$$

- Machine monophasée
- Couple de pulsation
- Pas d'auto-démarrage



- La machine polyphasée minimise le couple pulsé et le démarrage automatique