

# Machines et entraînements électriques

## ELE8401

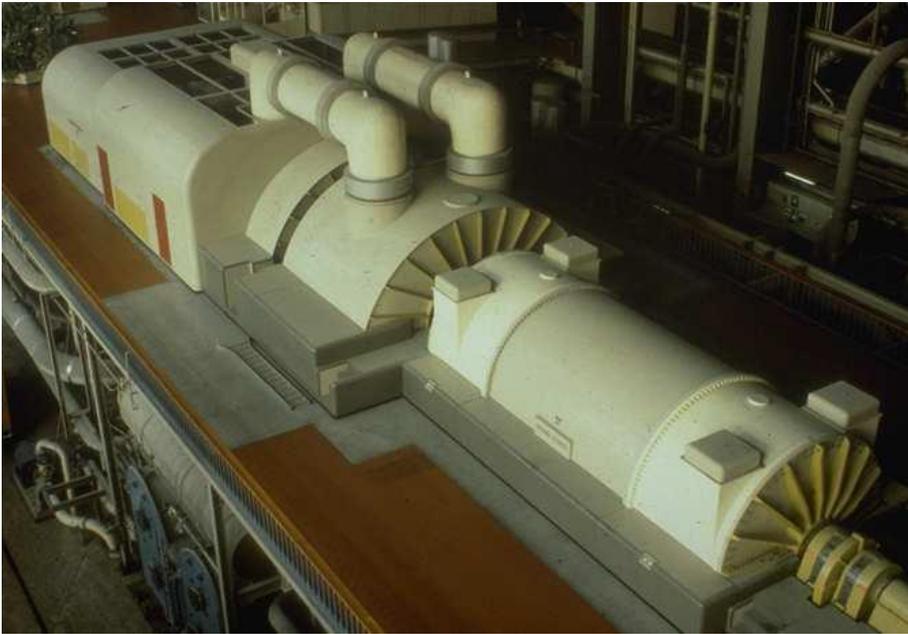
Keyhan Sheshyekani

École Polytechnique de Montréal  
e-mail: [Keyhan.sheshyekani@polymtl.ca](mailto:Keyhan.sheshyekani@polymtl.ca)

Hiver 2018

# Génération d'énergie électrique

## Centrale hydroélectrique



## système de generation d'éoliennes

# Transport



Grue

# Électroménager

# Rasoir électrique



# Perseuse

# Très grande variété

- Niveaux de puissance 1 micro watte – 20 GW  
(montre – centrale électrique)
- Niveaux de couple  $10^{-9}$  –  $10^7$  N.m
- Plage de vitesse 10 rpm – 300,000 rpm
- Précision de positionnement au-dessous de 1 nm  
=  $10^{-9}$  m
- Différents types
- Des machines électriques linéaires sont actuellement en cours de développement pour le lancement d'avions

# Des machines électriques linéaires



Avion de chasse



# Conversion électromécanique

circuit magnétique  
mécanismes de perte  
force électromagnétique

# Examen de la théorie des champs électromagnétiques

champ électrique

$$\oint_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho dV$$
$$= Q_{enclosed}$$

GAUSS

champ magnétique

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

GAUSS

- le flux du champ électrique à travers une surface fermée est égal à la somme des charges électriques contenues dans le volume délimité par cette surface, divisée par la [permittivité du vide](#).
- le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est zero.

# Examen de la théorie des champs électromagnétiques

Name	Differential form	Integral form (using Kelvin–Stokes theorem plus relativistic invariance, $\int \frac{\partial}{\partial t} \dots \rightarrow \frac{d}{dt} \int \dots$ )
Maxwell–Faraday equation Faraday's law of induction:	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \nabla \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ $= -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{A}$ <p>(with <math>C</math> and <math>S</math> not necessarily stationary)</p>
Ampère's law (with Maxwell's extension):	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \nabla \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{A}$ $= \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{A}$ <p>(with <math>C</math> and <math>S</math> not necessarily stationary)</p>

# Examen de la théorie des champs électromagnétiques

champ électrique

FARADAY

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left( \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} \right)$$


$$emf = v = \frac{d\lambda}{dt}$$

**La loi de Faraday:** la force électromotrice induite dans un bobinage fermé placé dans un champ magnétique est proportionnelle à la variation du flux du champ magnétique qui entre dans le circuit ( $\mathcal{E} = -d\Phi / dt$ ). ... induite dans un bobinage par le mouvement d'un aimant.

# Examen de la théorie des champs électromagnétiques

champ magnétique

AMPERE

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{A} + \frac{d}{dt} \int_S \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

La forme intégrale lie la circulation du champ magnétique sur un contour fermé, et les courants qui traversent une surface s'appuyant sur ce contour.

# Loi de Faraday et EMF motional

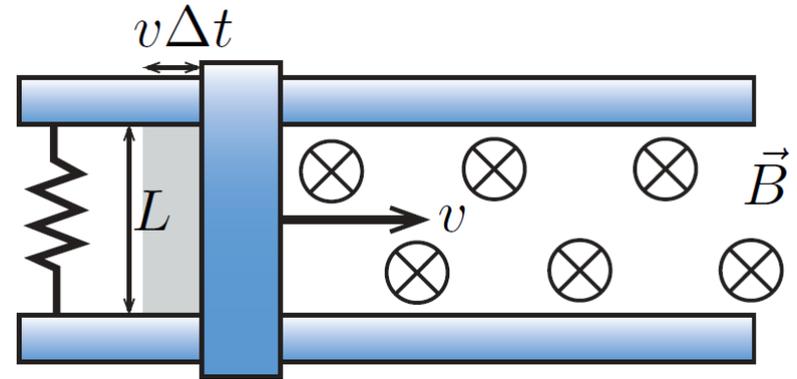
Qu'est-ce que l'EMF sur la résistance?

$$emf = -\frac{d\Phi_{mag}}{dt}$$

Dans un interval de  $\Delta T$  la barre déplace une distance  $\Delta x = v \times \Delta T$ , et le flux augmente par

$$\Delta\Phi_{mag} = B (L v \Delta t)$$

$$emf = \frac{\Delta\Phi_{mag}}{\Delta t} = BLv$$

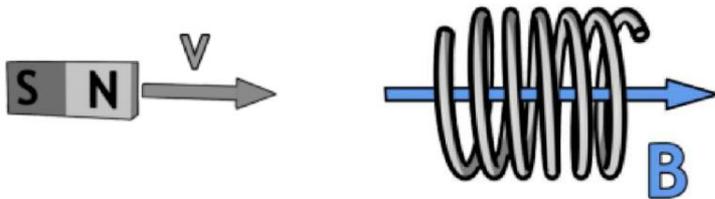


Il y a une augmentation du flux à travers le circuit que la barre de longueur  $L$  se déplace vers la droite (orthogonale au champ magnétique  $\vec{H}$ ) à Velocity,  $v$ .

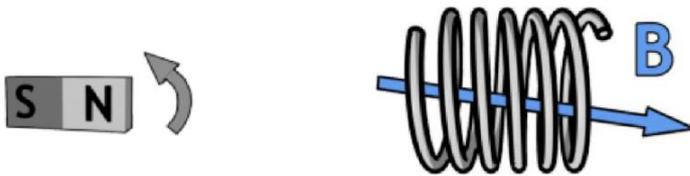
# Loi de Faraday pour une bobine

L'émf induite dans une bobine de  $n$  tours est égale à  $n$  fois le taux de changement du flux magnétique sur un tour de la bobine

$$emf = -N \frac{d\Phi_{mag}}{dt}$$



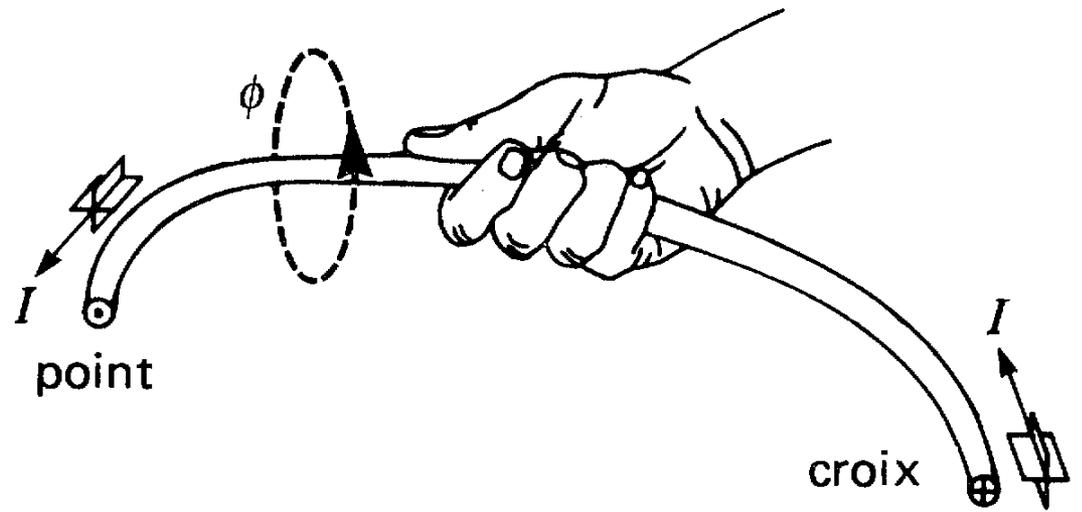
Le déplacement d'un aimant vers une bobine produit un champ magnétique variable dans le temps à l'intérieur de la bobine



La rotation d'une barre d'aimant (ou la bobine) produit un champ magnétique variable dans le temps à l'intérieur de la bobine

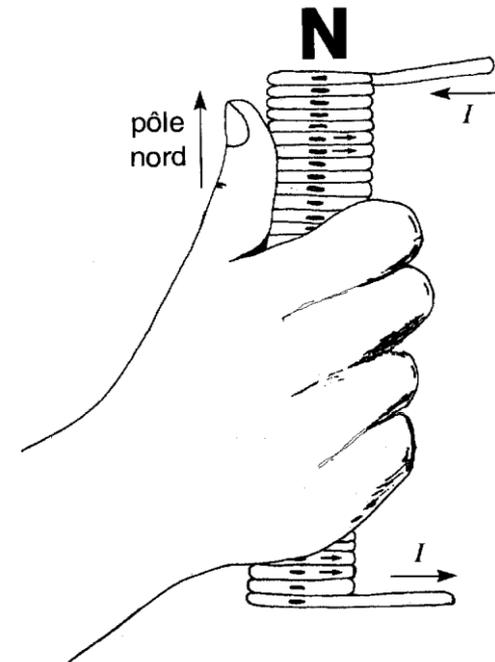
# Règle de la main droite

Si l'on tient le conducteur dans la main droite, le pouce étant dans le sens du courant, les doigts pointeront le sens du flux.



# Règle de la main droite pour un solénoïde

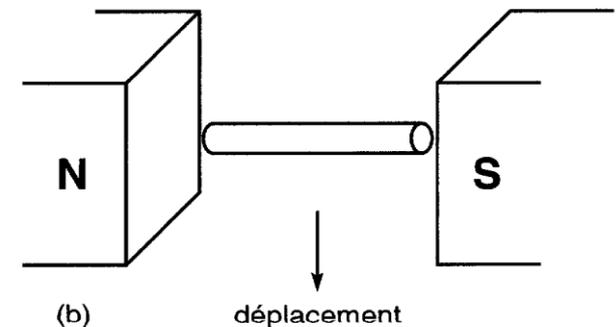
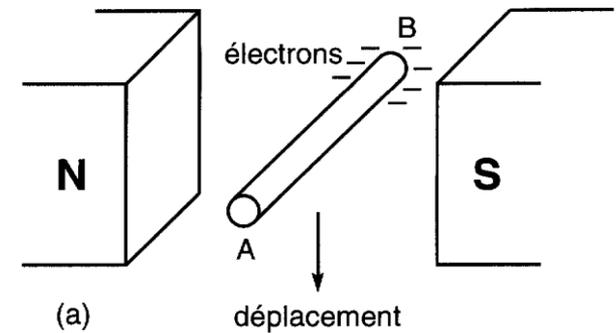
Si l'on tient la bobine de la main droite de façon que les doigts soient dirigés dans le sens du courant circulant dans les spires. Le pouce pointera vers le pôle nord du solénoïde.



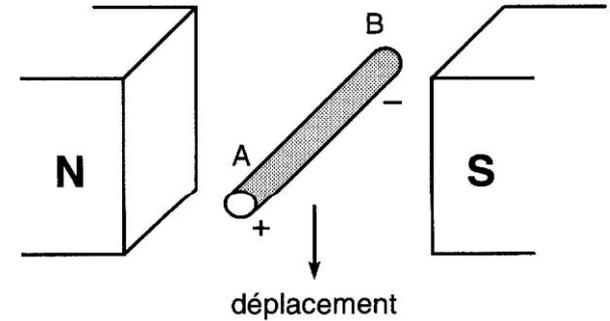
# Tension induite dans un conducteur

Si le conducteur est perpendiculaire aux ligne de force et il est déplacé vers le bas, il apparait une différence de potentiel entre A et B.

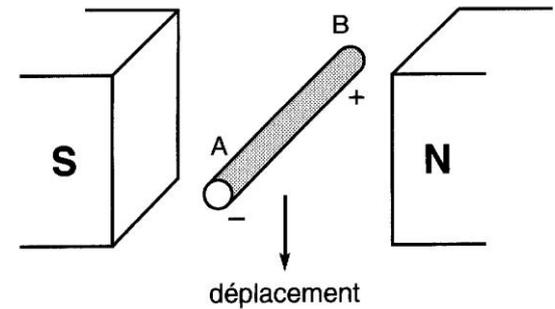
Si le conducteur est parallèle aux ligne de force il n'apparait aucune tension lorsqu'il est déplacé.



# Polarité de la tension induite



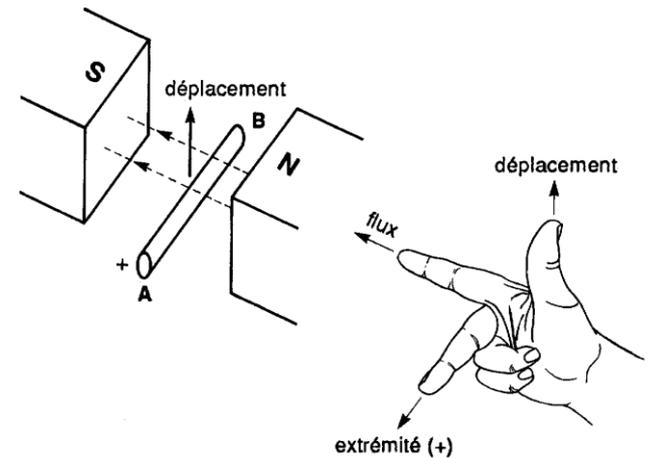
La polarité de la tension dépend à la fois de la direction du déplacement et du sens des lignes de force.



# Polarité de la tension induite

On peut trouver la polarité de la tension induite en servant d'une règle simple, appelée *règles des trois doigts de Fleming*:

1. Orienter le pouce, l'index et le majeur de la main droite afin qu'ils soient à  $90^\circ$  l'un de l'autre
2. Pointer le pouce dans la direction où le conducteur se déplace
3. Pointer l'index dans la direction du flux
4. Le majeur indiquera l'extrémité (+) du conducteur

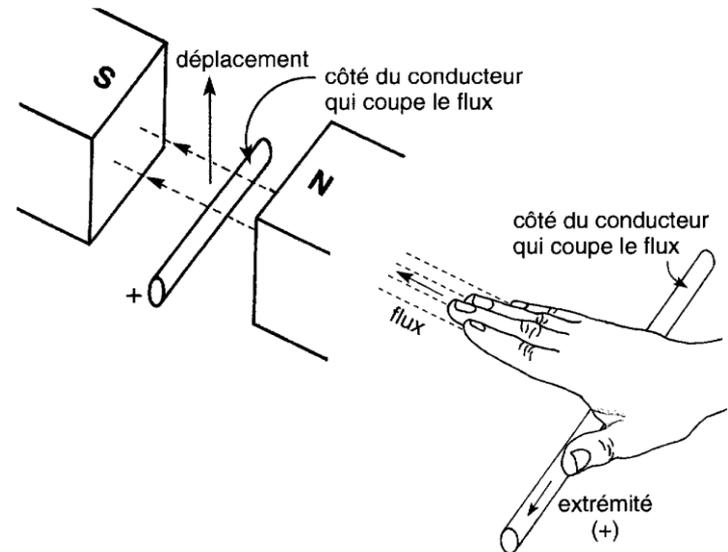


# Polarité de la tension induite

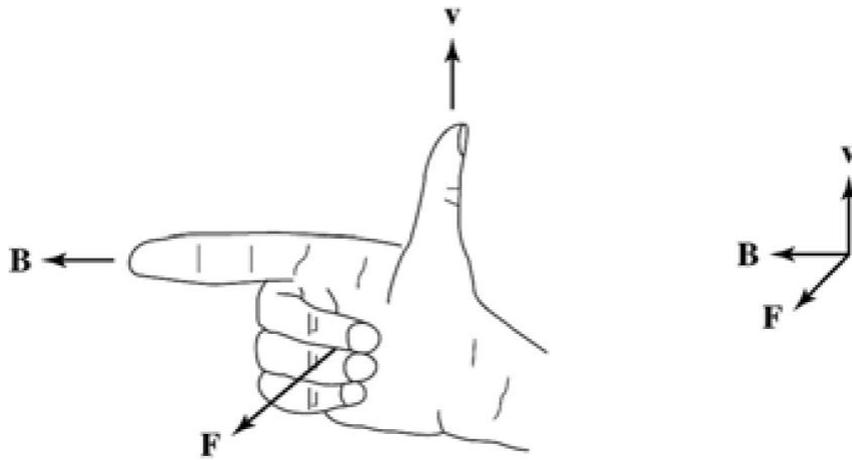
On peut trouver la polarité de la tension induite en servant la *règle du pouce*:

## Polarité d'une tension induite: règle du pouce

1. Étendre les doigts de la main droite de sorte que le pouce soit orienté perpendiculairement aux doigts
2. Orienter les doigts dans le sens du flux
3. Placer la paume sur le côté du conducteur qui coupe le flux
4. Le pouce indiquera l'extrémité (+) du conducteur



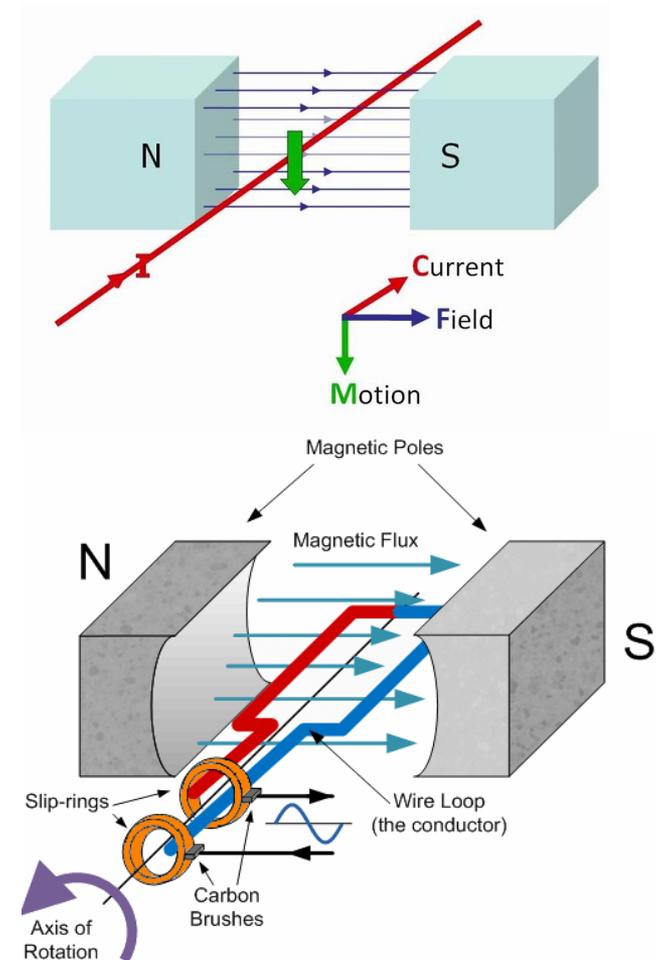
# Forces et couples dans les systèmes de champs magnétiques



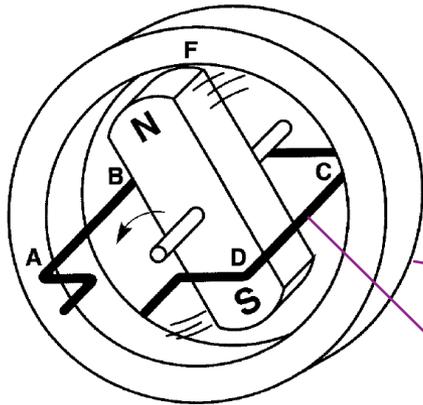
Règle de la main droite  
Pour

$$F = q(v \times B)$$

pas de champ électrique



# Tension induite dans un cadre

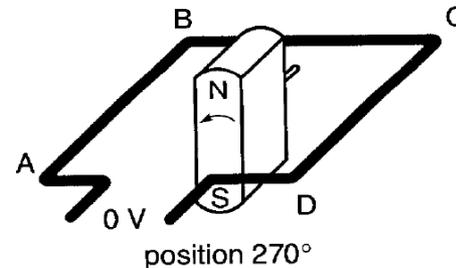
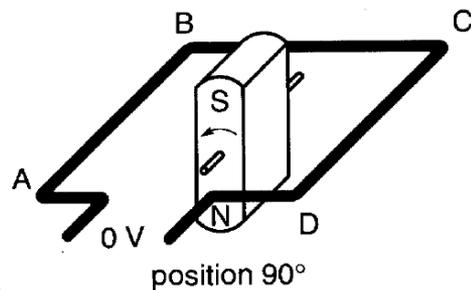
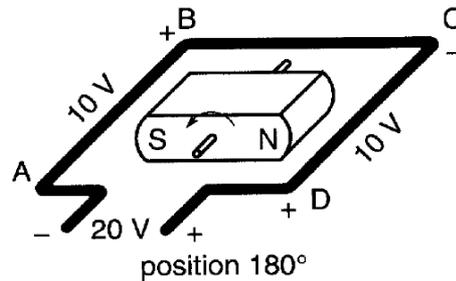
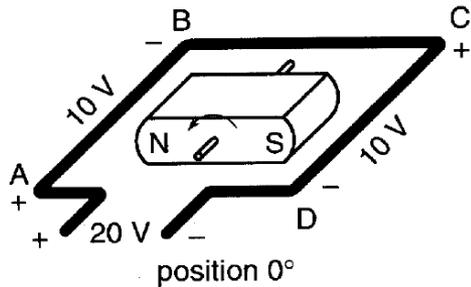


$$E_{AB} = +10 \text{ V}$$

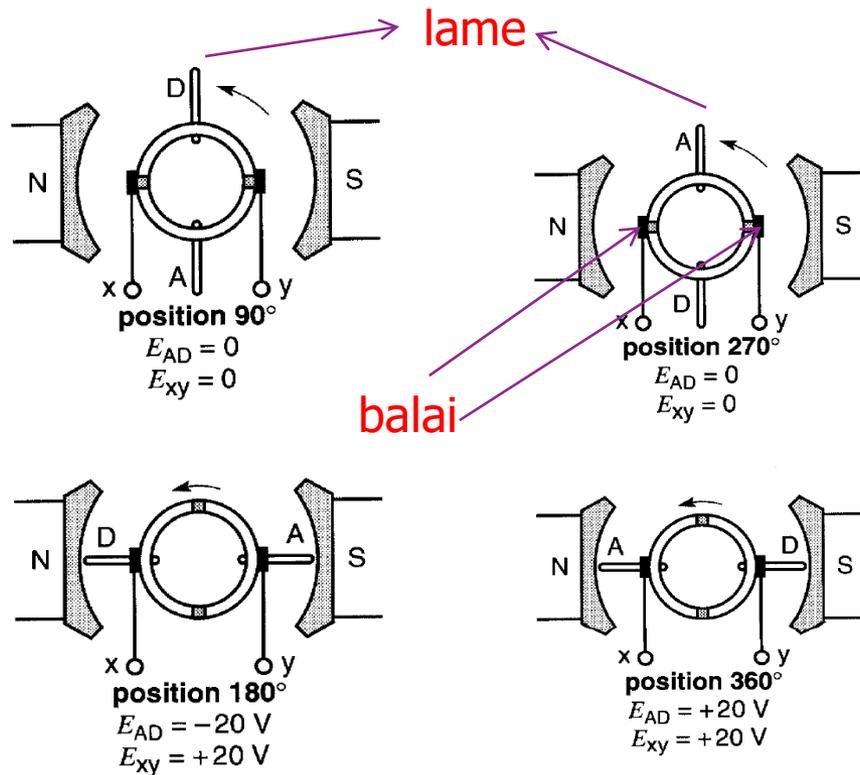
$$E_{CD} = +10 \text{ V}$$

Anneau de fer

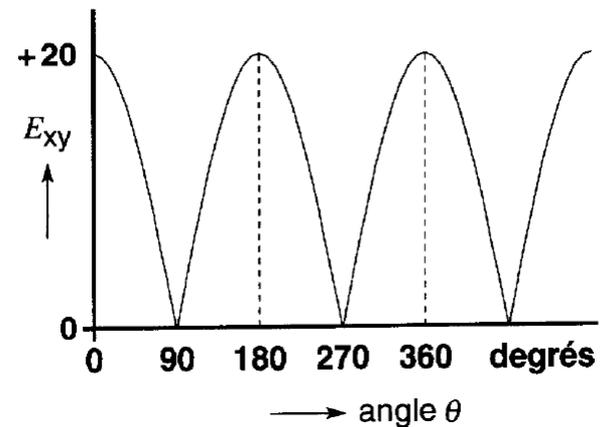
Une spire en form de cadre



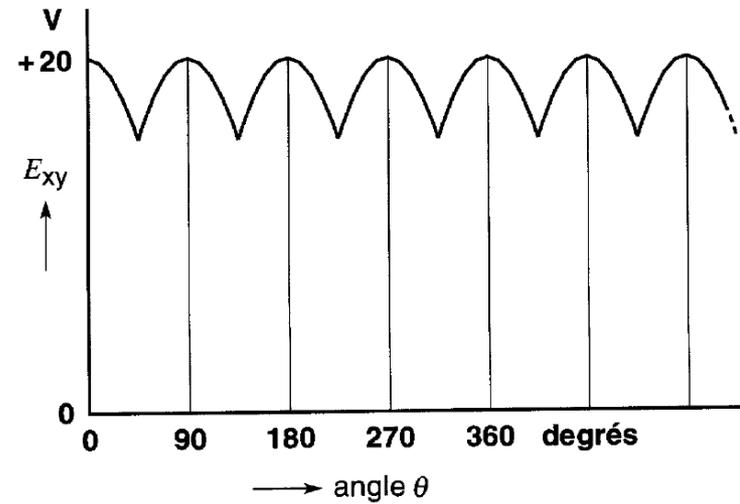
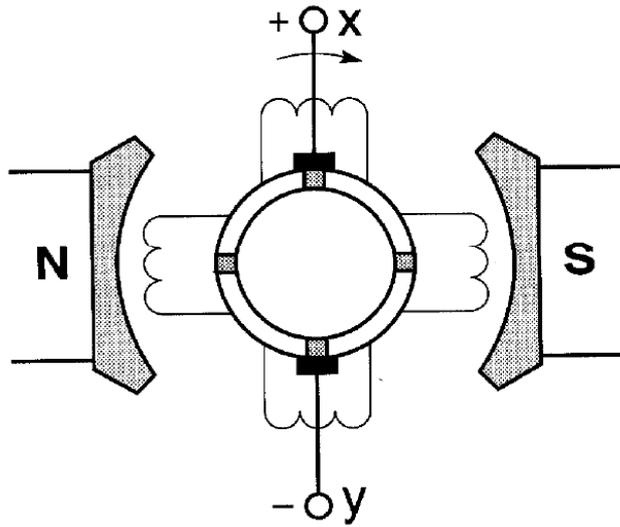
# génératrice à courant continu



Bien que la polarité de chacune des lames ait changé, celle du balai est resté la même



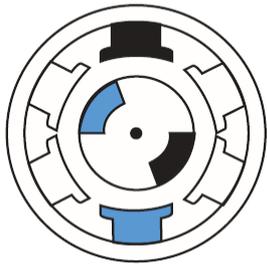
# génératrice à courant continu



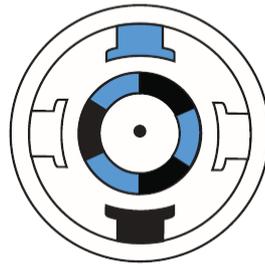
génératrice à quatre bobines avec un collecteur à quatre lame

# Systemes magnetiques complexes

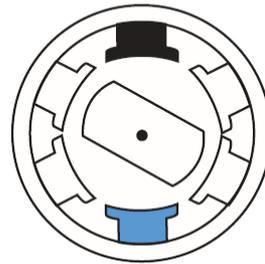
DC Brushless



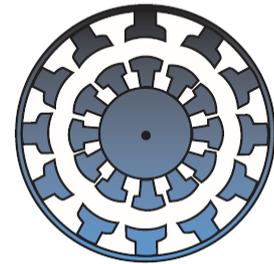
Stepper Motor



Reluctance Motor



Induction Motor



$$\int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enclosed}$$

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\vec{f} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

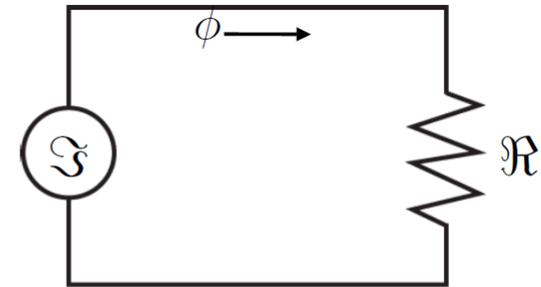
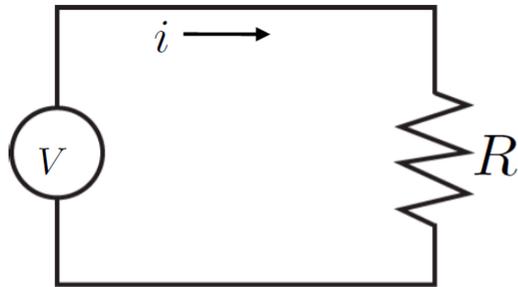
*Nous avons besoin de meilleurs outils (plus puissants) ...*

1- **Circuits magnetiques**: reduire le probleme du circuit de Maxwell a (scalaire)

2- **Methode d'energie**: Regardez le changement dans l'energie stockee pour calculer la force et le couple

# Analogie de circuit électrique

Propriétés du matériau et géométrie déterminent la relation flux – Push



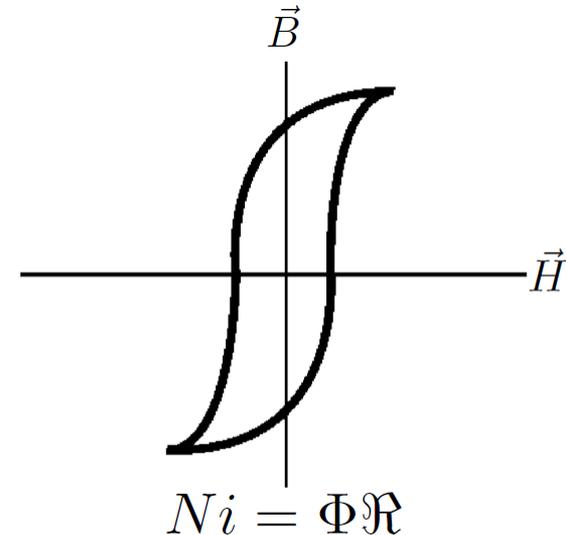
OHM's LAW  $\vec{J} = \sigma \vec{E}_{DC}$

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}$$

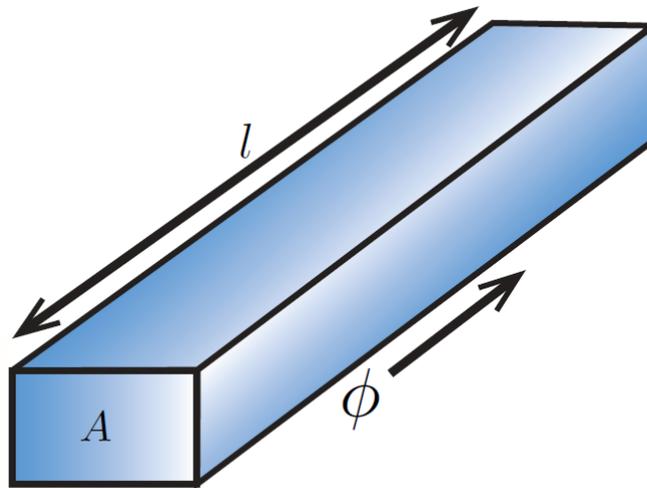
Récupération des variables macroscopiques:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \sigma \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \sigma \frac{V}{l} A$$

$$V = I \frac{l}{\sigma A} = I \frac{\rho l}{A} = IR$$



# Réticence de la barre magnétique



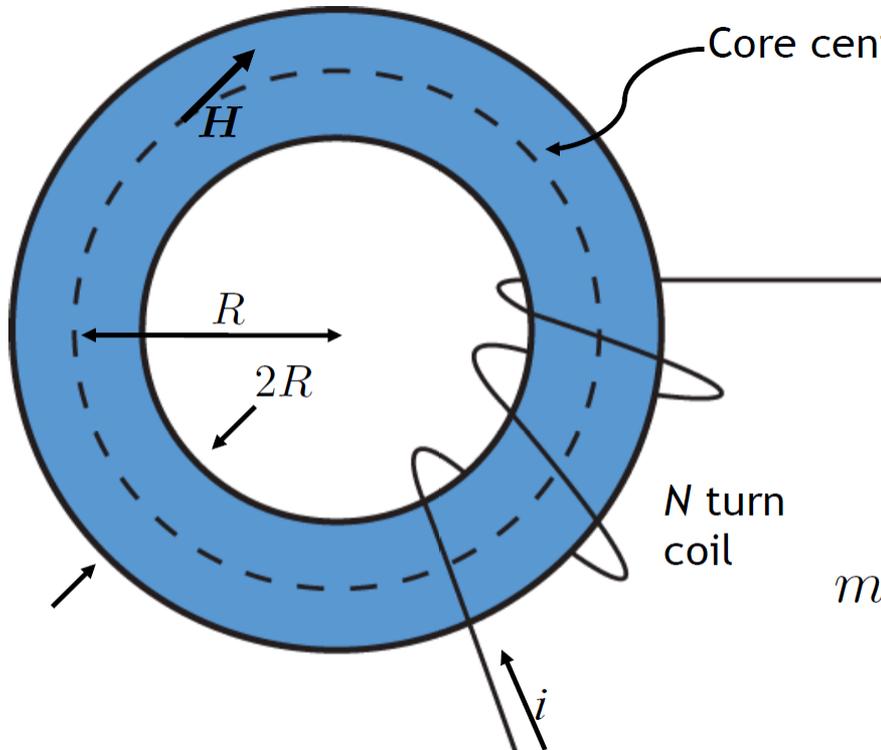
Loi d'Ohm magnétique:

$$Ni = \Phi \mathfrak{R}$$

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A}$$

La réticence d'un chemin magnétique  $\mathfrak{R}$  dépend de la longueur moyenne, de la section  $A$  et de la perméabilité magnétique  $\mu$

# Densité de flux dans un noyau toroidal (Toroidal Core)



$B$  et  $H$ , par conséquent, le flux  $\Phi$  ne sont pas uniformes sur la surface  $A$ . Donc, nous utilisons le chemin moyen  $l$  pour calculer  $H$ .

Magneto-motive force (flux push)=

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enclosed}$$

$$B = \frac{\mu Ni}{2\pi R}$$

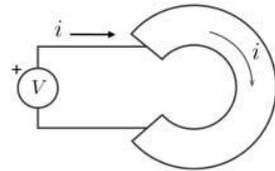
$$\mu Ni = 2\pi R B = l B$$

$$mmf = Ni = \frac{l B}{\mu} = \boxed{\Phi \frac{l}{\mu A}}$$

(of an N-turn coil)

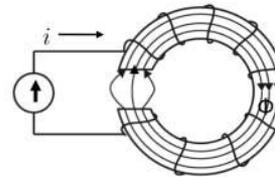
$$mmf = \Phi \mathfrak{R}$$

# Analogie de circuit électrique

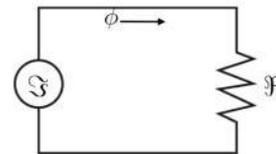
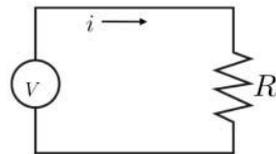


Electrical

EQUIVALENT  
CIRCUITS



Magnetic




---

## Électrique

Tension  $v$

Courant  $i$

Résistance  $R$

Conductivité  $1/\rho$

densité de courant  $J$

champ électrique  $E$

---

## Magnétique

Force magnétomotrice  $\mathcal{S} = Ni$

Flux magnétique  $\phi$

Reticence  $\mathcal{R}$

Perméabilité  $\mu$

densité de flux magnétique  $B$

intensité de champ magnétique  $H$

# Analogie de circuit électrique

**Q1: La réticence peut-elle jamais être infinie (isolateur magnétique)?**

Non. Les champs magnétiques ne peuvent pas être bloqués. C'est, il n'y a pas une telle chose comme un isolant magnétique.

À partir des équations de Maxwell, nous avons:

$$\Delta \cdot \mathbf{B} = 0$$

Ce qui implique qu'il n'y a pas de monopôles magnétiques. C'est, où comme vous pouvez séparer les monopôles électriques (charges positives et négatives) de telle sorte qu'un E-champ ne doit jamais se terminer sur la charge opposée, vous ne pouvez pas le faire avec des pôles magnétiques.

Donc:

- Aucun matériel ne peut bloquer un champ magnétique

# Aimantation

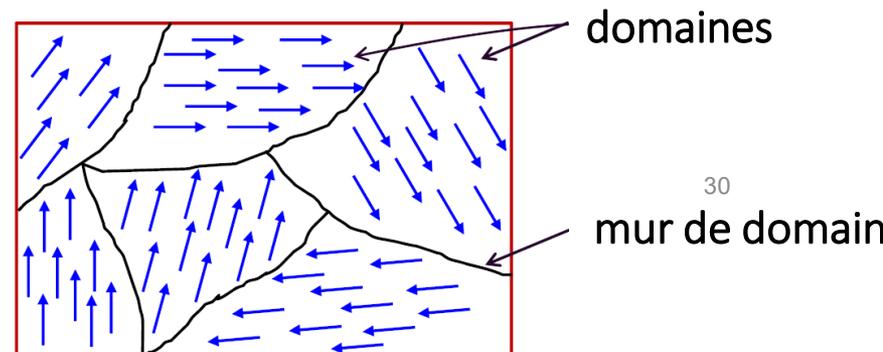
- Avec l'application d'un champ magnétique, moments magnétiques dans un matériau tendent à s'aligner et donc à augmenter l'amplitude de l'intensité du champ.
- Cette augmentation est donnée par le paramètre appelé aimantation,  $\mathbf{M}$ , de telle sorte que

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}.$$

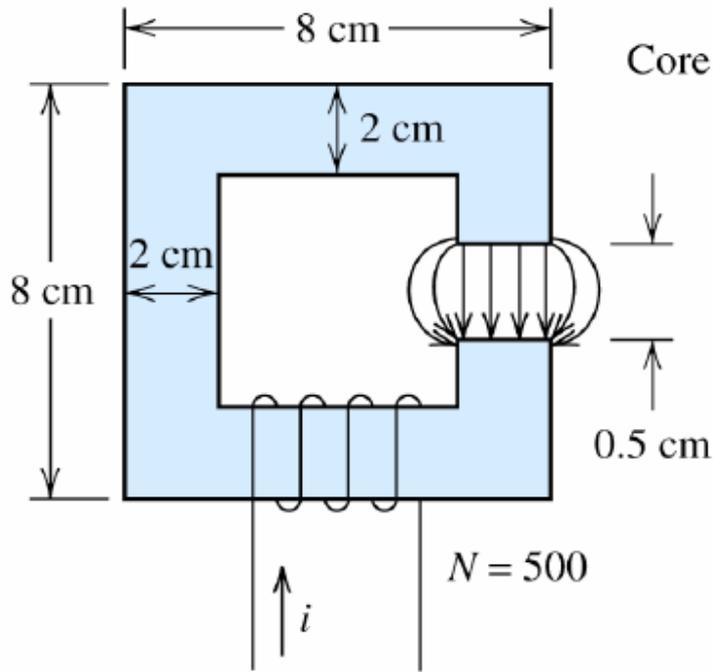
$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}.$$

$$\chi_m = \mu_r - 1 \longrightarrow \vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \mu_r \vec{\mathbf{H}}$$

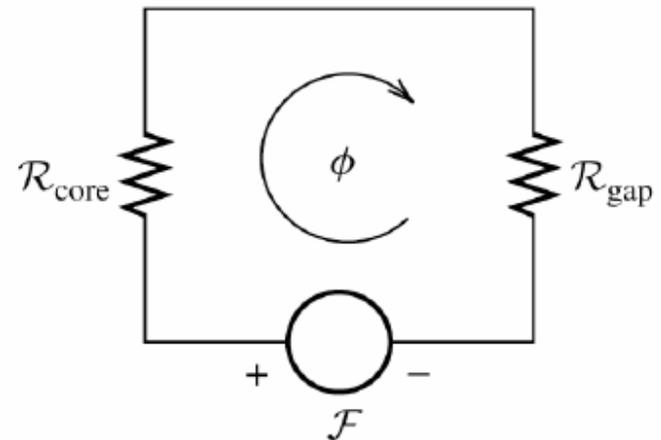
$\chi_m$  est susceptibilité magnétique



# Circuit magnétique avec un entrefer



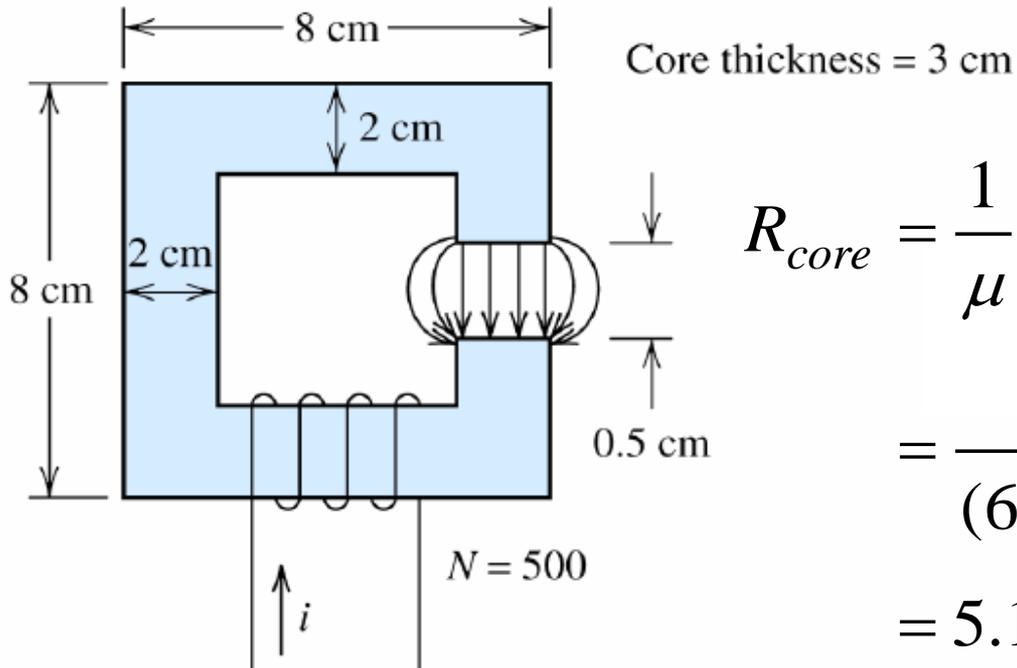
(a) Iron core with an air gap



(b) Magnetic circuit

Find what current is required to generate a flux density of  $B_{\text{gap}} = 0.25 \text{ T}$  in the air gap.

# Circuit magnétique avec un entrefer

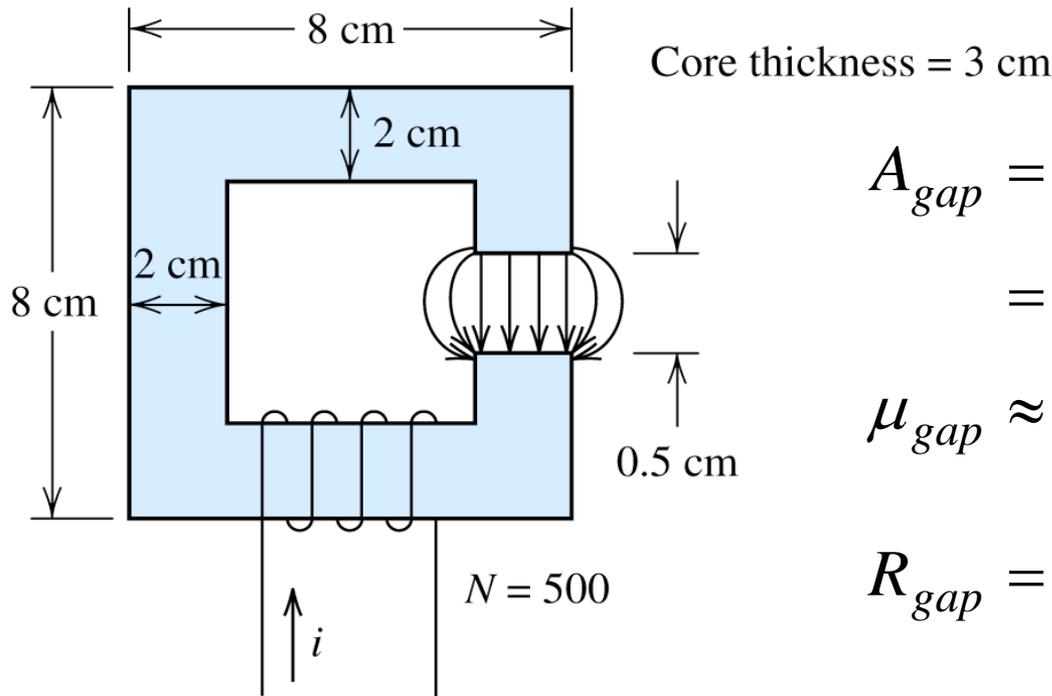


$$\begin{aligned}
 R_{core} &= \frac{1}{\mu} \frac{l}{A} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \frac{(4 \times 6 - 0.5) \text{ cm}}{(2 \text{ cm})(3 \text{ cm})} \\
 &= \frac{1}{(6000)(4\pi \times 10^{-7})} \frac{23.5 \times 10^{-2} \text{ m}}{6 \times 10^{-4} \text{ m}} \\
 &= 5.195 \times 10^4
 \end{aligned}$$

$$\mu_r = 6000$$

# Fringing

We approximately account for fringing by adding the length of the gap to the depth and width in computing effective gap area.



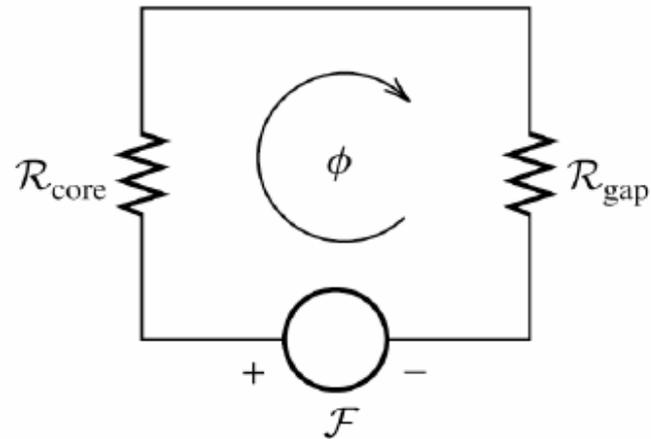
$$A_{gap} = (2cm + 0.5cm) \times (3cm + 0.5cm)$$
$$= 8.75 \times 10^{-4} m^2$$

$$\mu_{gap} \approx \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

$$R_{gap} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} \frac{0.5 \times 10^{-2} m}{8.75 \times 10^{-4} m^2}$$
$$= 4.547 \times 10^6$$

(a) Iron core with an air gap

# Circuit magnétique avec un entrefer



$$R_{total} = R_{core} + R_{gap}$$

$$= 5.195 \times 10^4 + 4.547 \times 10^6 = 4.600 \times 10^6$$

$$\phi = B_{gap} A_{gap} = (0.25 T)(8.75 \times 10^{-4} m^2)$$

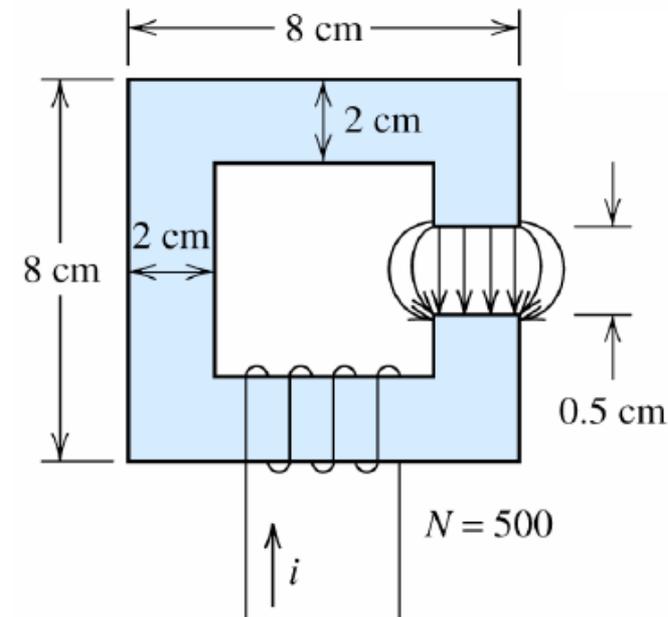
$$= 2.188 \times 10^{-4} Wb$$

$$F = \phi R = (2.188 \times 10^{-4})(4.600 \times 10^6)$$

$$= 1006 A \text{ turns}$$

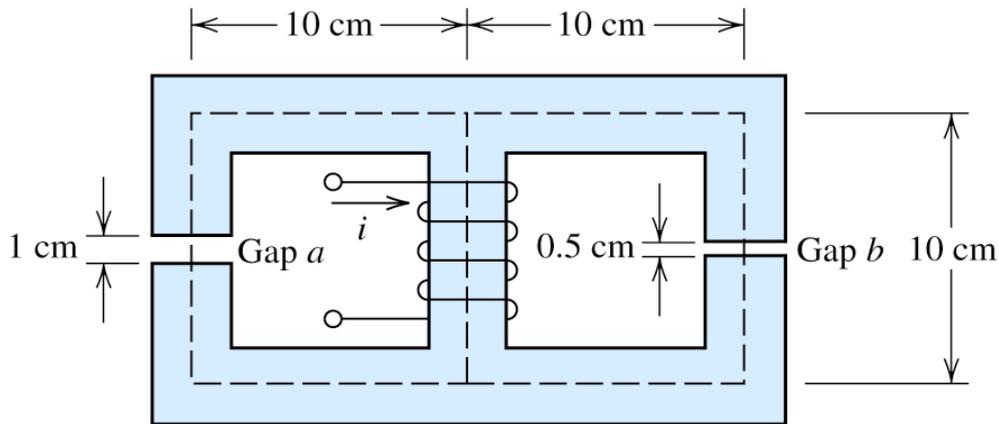
$$= Ni$$

$$i = \frac{F}{N} = \frac{1006 A \text{ turns}}{500 \text{ turns}} = 2.012 A$$

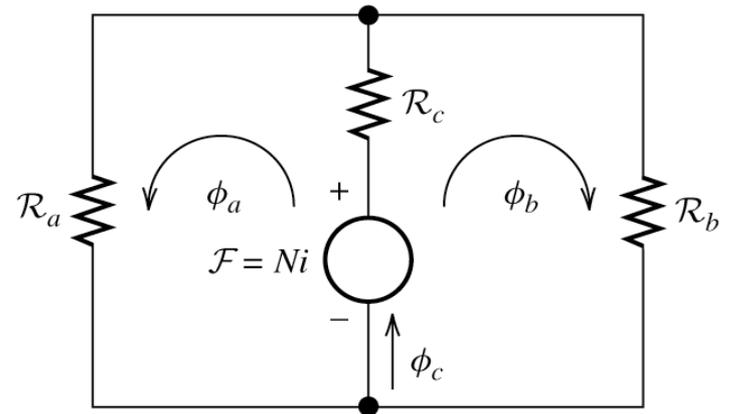


# Un circuit magnétique avec des réticences en série et en parallèle

Trouvez la densité de flux dans chaque entrefer

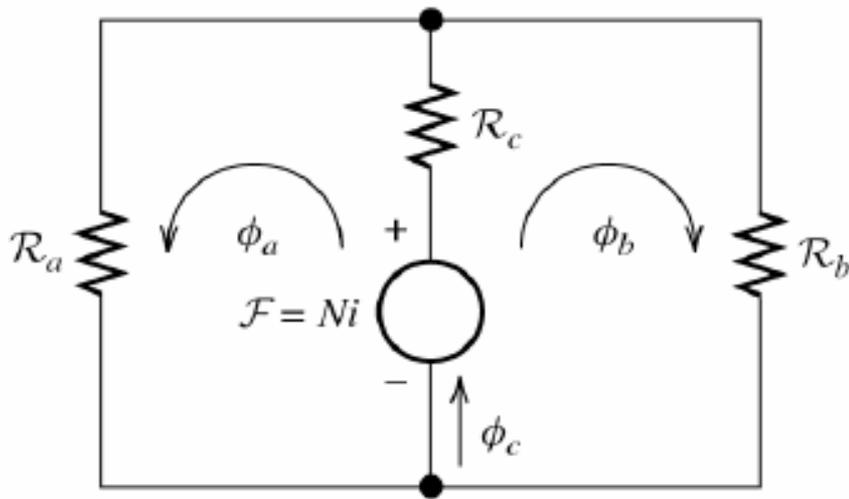


(a) Core



(b) Magnetic circuit

# A Magnetic Circuit with Reluctances in Series and Parallel



$$R_{total} = R_c + \frac{1}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b}}$$

$$\phi_c = \frac{Ni}{R_{total}}$$

$$\phi_a = \frac{R_b}{R_a + R_b} \phi_c \quad (\text{current divider})$$

$$\phi_b = \frac{R_a}{R_a + R_b} \phi_c$$

$$B_a = \frac{\phi_a}{A_a}$$

$$B_b = \frac{\phi_b}{A_b}$$