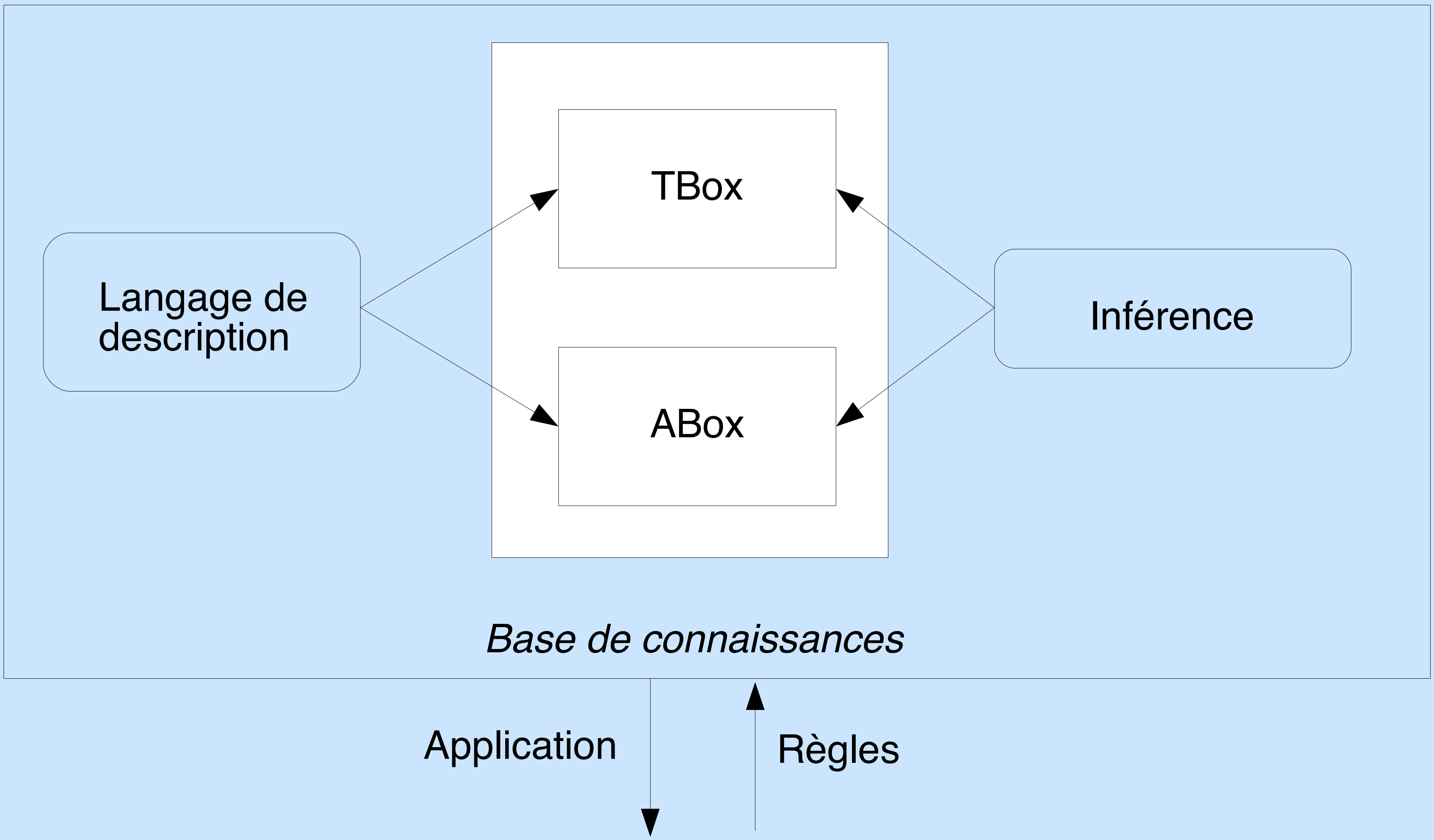
LOGIQUES DESCRIPTIVES

Logiques descriptives

- Famille de formalismes pour la représentation de connaissances
- Pour représenter un domaine en définissant d'abord les concepts pertinents, puis en utilisant ces concepts pour identifier les propriétés d'individus du domaine
- Sémantique formelle et basée sur la logique
- Mécanisme d'inférence: classification de concepts et d'individus
- Décidabilité et complexité de l'inférence dépendent du pouvoir expressif de la logique descriptive utilisée

Architecture



Architecture (suite)

- La TBox introduit la terminologie (le vocabulaire)
- La ABox contient les assertions sur les individus
- Inférence dans TBox:
  - Déterminer si une description est satisfaisable
  - Déterminer si une description est plus générale qu'une autre (subsomption)
- Inférence dans Abox
  - Déterminer si un ensemble d'assertions est consistant
  - Déterminer si un individu est instance d'un certain concept

Langages de description

- Decriptions élémentaires:
  - Concept atomique
  - Rôle atomique
- Descriptions complexes obtenues à partir de constructeurs de concepts
- Les langages de descriptions se distinguent par les constructeurs qui sont permis qui y sont permis

Langage $\mathcal{AL}$

- Une description a une des formes suivantes:

A	(concept atomique)
$\top$	(concept universel)
$\bot$	(concept impossible)
$\neg$A	(négation atomique)
C $\sqcap$ D	(intersection)
$\forall$R.C	(restriction de valeur)
$\exists$R.$\top$	(quantification existentielle limitée)

Langage $\mathcal{AL}$ - exemples

- Concepts atomiques:

  Personne

  Femme

- Descriptions complexes:

  Personne $\sqcap$ Femme

  Personne $\sqcap$ $\neg$Femme

  Personne $\sqcap$ $\exists$aEnfant.$\top$

  Personne $\sqcap$ $\forall$aEnfant.Femme

  Personne $\sqcap$ $\forall$aEnfant.$\perp$

Langage $\mathcal{AL}$ - Sémantique

- Un interprétation $\mathcal{I}$ est un ensemble non-vide d'individus $\Delta^{\mathcal{I}}$ et une fonction qui associe chaque concept atomique A à un sous-ensemble $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$ et chaque rôle atomique R à une relation binaire $R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
- La fonction d'interprétation doit être telle que:

$$\top^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}}$$

$$\bot^{\mathcal{I}} = \emptyset$$

Langage $\mathcal{AL}$ – Sémantique (suite)

$(\neg A)^{\mathcal{I}} \quad = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus A^{\mathcal{I}}$

$(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} \quad = C \cap D$

$(\forall R.C)^{\mathcal{I}} \quad = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \forall b.(a,b) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow b \in C^{\mathcal{I}}\}$

$(\exists R.\top)^{\mathcal{I}} \quad = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \exists b.(a,b) \in R^{\mathcal{I}}\}$

- On dit que deux concepts C et D sont équivalents, soit $C \equiv D$, si $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ pour toute interprétation $\mathcal{I}$.

- Par exemple, on a

$\forall$aEnfant.Etudiant $\sqcap$ $\forall$aEnfant.Femme $\equiv$ $\forall$aEnfant(Etudiant $\sqcap$ Femme)

Autres constructeurs

- $\mathcal{U}$: $(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} = C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
- $\mathcal{E}$: $(\exists R.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \exists b.(a,b) \in R^{\mathcal{I}} \wedge b \in C^{\mathcal{I}}\}$
- $\mathcal{N}$: $(\geq n\ R)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \text{cardinalité de } \{b \mid (a,b) \in R^{\mathcal{I}}\} \geq n\}$

  $(\leq n\ R)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \text{cardinalité de } \{b \mid (a,b) \in R^{\mathcal{I}}\} \leq n\}$
- $\mathcal{C}$: $(\neg C)^{\mathcal{I}} = \Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$

Terminologies

- Axiomes terminologiques: établissent comment les concepts et les rôles sont reliés les uns aux autres
- Les axiomes ont une des deux formes suivantes:

  inclusion: $C \sqsubseteq D$ (concepts) $R \sqsubseteq S$ (rôles)

  égalité: $C \equiv D$ $R \equiv S$

- Sémantique: $(C \sqsubseteq D)^{\mathcal{I}}$ si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$

- Si une interprétation $\mathcal{I}$ satisfait un axiome (ou un ensemble d'axiomes), on dit que $\mathcal{I}$ est un modèle de cet axiome (ou ensemble d'axiomes)

Définitions

- Un *définition* est une égalité où le terme de gauche est un concept atomique
- Une définition sert à introduire un nom symbolique pour une description complexe
- Exemples:

  $\text{Mere} \equiv \text{Femme} \sqcap \exists \text{aEnfant.Personne}$

  $\text{Parent} \equiv \text{Mere} \sqcup \text{Pere}$

- Soit $\mathcal{T}$ un ensemble de définitions tel qu'aucun symbole n'est défini plus d'une fois. On dit alors que $\mathcal{T}$ est une terminologie, ou une TBox.

Terminologie définitoire

- Soit $\mathcal{N}_{\mathcal{T}}$ l'ensemble des *symboles de nom*, c'est-à-dire les concepts atomiques qui apparaissent dans la partie gauche d'un axiome, $\mathcal{B}_{\mathcal{T}}$ l'ensemble des symboles de base, c'est-à-dire les concepts atomiques qui apparaissent dans la partie droite d'un axiome
- Si l'interprétation d'une terminologie $\mathcal{T}$ est entièrement définie par l'interprétation des symboles de base, on dit qu'elle est *définitoire*
- Si une terminologie est acyclique, elle est nécessairement définitoire

Terminologie - exemple

$Femme \equiv Personne \sqcap SexeFeminin$

$Homme \equiv Personne \sqcap \neg Femme$

$Mere \equiv Femme \sqcap \exists aEnfant.Personne$

$Pere \equiv Homme \sqcap \exists aEnfant.Personne$

$Parent \equiv Pere \sqcup Mere$

$GrandMere \equiv Mere \sqcap \exists aEnfant.Parent$

$MereDeFamilleNombreuse \equiv Mere \sqcap \geq 3\ aEnfant$

$MereSansFille \equiv Mere \sqcap \forall aEnfant.\neg Femme$

$Epouse \equiv Femme \sqcap \exists aMari.Homme$

Terminologies avec axiome d'inclusion

- Dans certains cas, il est difficile de définir complètement un concept, on utilisera alors l'opérateur d'inclusion:

$$\text{Femme} \sqsubseteq \text{Personne}$$

- On appelle *spécialisation* un axiome d'inclusion dont la partie de gauche est un concept atomique
- Un ensemble d'axiomes $\mathcal{T}$ tel que la partie gauche de chaque axiome (d'égalité ou d'inclusion) est un concept atomique qui n'apparaît pas plus d'une fois à gauche est appelé *terminologie généralisée*

Term. avec axiome d'inclusion (suite)

- Une terminologie généralisée peut être transformée en une terminologie définitoire
- Il suffit d'ajouter un nouveau concept arbitraire qui représente l'information inconnue:

$$\text{Femme} \equiv \overline{\text{Femme}} \sqcap \text{Personne}$$

- Ainsi, l'axiome d'inclusion n'ajoute rien à l'expressivité d'une terminologie

ABox - définition

- Assertions au sujet d'individus en termes de concepts et rôles définis dans une terminologie
- Dans la ABox, on retrouve les noms des individus ainsi que les relations qui les lient
- Deux types d'assertions dans une ABox:
  - *C(a)* pour signifier que l'individu *a* appartient à l'interprétation du concept *C*
  - *R(b,c)* pour signifier que *c* remplit le rôle *R* par rapport à *b*

ABox - sémantique

- On étend la fonction d'interprétation $\mathcal{I}$ de la manière suivante:
  - $C(a)$ est vrai si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$
  - $R(a,b)$ est vrai si $(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$

Noms d'individus dans une term.

- Dans certains cas, il est pratique d'utiliser des noms d'individus dans une terminologie
- Deux constructeurs:
  - Pour désigner un concept en énumérant la liste des individus qu'il contient, on utilise la notation d'ensemble:

    $\{a_1, ..., a_n\}$
  - Pour indiquer qu'un rôle est rempli par un individu en particulier:

    $R : a$

Types d'inférence pour une Tbox $\mathcal{T}$

- Un concept C est *satisfaisable* par rapport à $\mathcal{T}$ s'il existe un modèle $\mathcal{I}$ de $\mathcal{T}$ tel que $C^{\mathcal{I}}$ est non-vide.
- Un concept C est *subsumé* par un concept D par rapport à $\mathcal{T}$ si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ pour tout modèle $\mathcal{I}$ de $\mathcal{T}$.
- Deux concepts C et D sont *équivalents* par rapport à $\mathcal{T}$ si $C^{\mathcal{I}} = D^{\mathcal{I}}$ pour tout modèle $\mathcal{I}$ de $\mathcal{T}$.
- Deux concepts C et D sont *disjoints* par rapport à $\mathcal{T}$ si $C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} = \emptyset$ pour tout modèle $\mathcal{I}$ de $\mathcal{T}$.

Exemple de terminologie

$Femme \equiv Personne \sqcap SexeFeminin$

$Homme \equiv Personne \sqcap \neg Femme$

$Mere \equiv Femme \sqcap \exists aEnfant.Personne$

$Pere \equiv Homme \sqcap \exists aEnfant.Personne$

$Parent \equiv Pere \sqcup Mere$

$GrandMere \equiv Mere \sqcap \exists aEnfant.Parent$

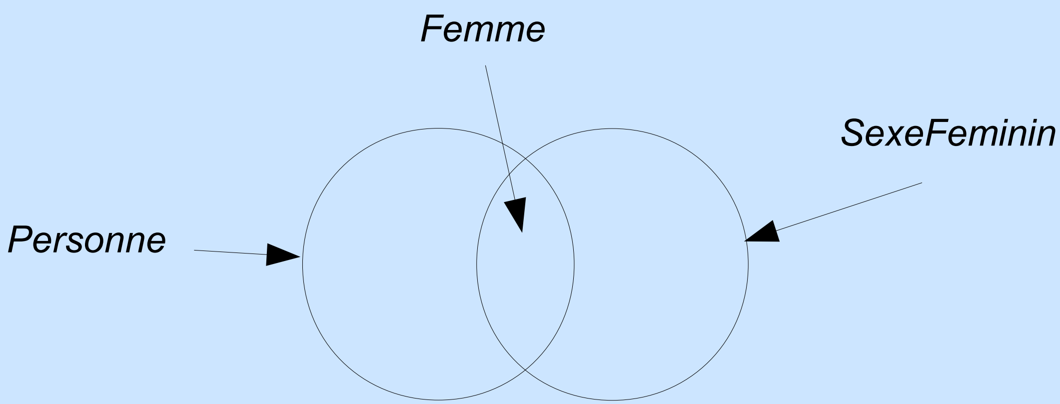
$MereDeFamilleNombreuse \equiv Mere \sqcap \geq 3\ aEnfant$

$MereSansFille \equiv Mere \sqcap \forall aEnfant.\neg Femme$

$Epouse \equiv Femme \sqcap \exists aMari.Homme$

Exemple d'inférence

$$\text{Femme} \equiv \text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin}$$

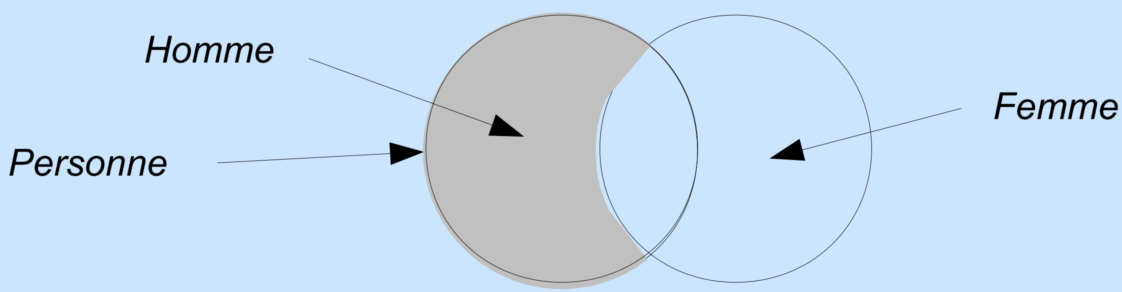


On peut déduire:

$$\text{Femme} \sqsubseteq_{\mathcal{T}} \text{Personne}$$

Exemple d'inférence

$$\text{Homme} \equiv \text{Personne} \sqcap \neg\text{Femme}$$



On peut déduire:

Homme et Femme sont disjoints

Exemple d'inférence

$\text{Parent} \equiv \text{Pere} \sqcup \text{Mere}$

On peut réécrire:

$$\text{Parent} \equiv (\text{Homme} \sqcap \exists\text{aEnfant.Personne}) \sqcup (\text{Femme} \sqcap \exists\text{aEnfant.Personne})$$

$$\text{Parent} \equiv (\text{Homme} \sqcup \text{Femme}) \sqcap \exists\text{aEnfant.Personne}$$

On peut donc déduire:

$$\text{Parent} \sqsubseteq_{\mathcal{T}} (\text{Homme} \sqcup \text{Femme})$$

Réduction à la subsomption

- C est *insatisfaisable* si et seulement si C est subsumé par $\perp$
- C et D sont *équivalents* si et seulement si C est subsumé par D et D est subsumé par C
- C et D sont *disjoints* si et seulement si $C \sqcap D$ est subsumé par $\perp$

Réduction à l'insatisfaisabilité

- C est *subsumé* par D si et seulement si $C \sqcap \neg D$ est insatisfaisable
- C et D sont *équivalents* si et seulement $(C \sqcap \neg D)$ et $(\neg C \sqcap D)$ sont tous les deux insatisfaisables
- C et D sont *disjoints* si et seulement si $C \sqcap D$ est insatisfaisable

Élimination de la TBox

- Soit $\mathcal{T}$ une terminologie, on peut toujours réduire un problème d'inférence par rapport à $\mathcal{T}$ à un problème d'inférence par rapport à une TBox vide
- Il suffit de faire l'expansion des concepts jusqu'à ce qu'on ait seulement des noms de base

Élimination de la TBox - Exemple

$\text{Femme} \sqcap \text{Homme}$

$(\text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin}) \sqcap (\text{Personne} \sqcap \neg\text{Femme})$

$\text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin}) \sqcap \text{Personne} \sqcap \neg\text{Femme}$

$\text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin} \sqcap \neg\text{Femme}$

$\text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin} \sqcap \neg(\text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin})$

$\text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin} \sqcap (\neg\text{Personne} \sqcup \neg\text{SexeFeminin})$

$(\text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin} \sqcap \neg\text{Personne}) \sqcup$

$(\text{Personne} \sqcap \text{SexeFeminin} \sqcap \neg\text{SexeFeminin})$

$\perp$

Inférence avec ABox

- Une ABox $\mathcal{A}$ est consistante par rapport à une TBox $\mathcal{T}$ s'il existe une interprétation $\mathcal{I}$ qui est un modèle à la fois de $\mathcal{A}$ et de $\mathcal{T}$
- Par exemple, la ABox suivante est consistante par rapport à uneTBox vide, mais inconsistante par rapport à notre TBox:

  Mere(PAULA)

  Pere(PAULA)

Inférence avec ABox (suite)

- L'assertion C(a) est conséquence logique d'une ABox $\mathcal{A}$ si et seulement si $\mathcal{A} \cup \{\neg C(a)\}$ est inconsistant
- On écrit alors $\mathcal{A} \models C(a)$
- Soit a un nom arbitraire, on dira alors qu'un concept C est satisfaisable si et seulement si $\{C(a)\}$ est consistant

Monde fermé vs monde ouvert

- Une ABox (ou une TBox) peut avoir plusieurs interprétations différentes
- L'absence d'information dans une ABox (ou une TBox) ne signifie pas que cette information est fausse
- Par exemple, l'énoncé suivant peut être vrai même si Michel a plusieurs enfants:

  aEnfant(MICHEL, TOMAS)

- Ainsi, si on apprend que TOMAS est un homme, on ne peut pas déduire que tous les enfants de Michel sont des hommes
- La sémantique d'une ABox est donc celle d'un monde ouvert

Exemple d'inférence

aEnfant(JOCASTE, OEDIPE)

aEnfant(JOCASTE, POLYNICE)

aEnfant(OEDIPE, POLYNICE)

aEnfant(POLYNICE, THERSANDRE)

Parricide(OEDIPE)

¬Parricide(THERSANDRE)

On peut déduire:

$(\exists aEnfant.(Parricide \sqcap \exists aEnfant.\neg Parricide))(JOCASTE)$

Exemple d'inférence (suite)

Supposons que POLYNICE est un parricide

- aEnfant(JOCASTE, OEDIPE)
- aEnfant(JOCASTE, POLYNICE)
- aEnfant(OEDIPE, POLYNICE)
- aEnfant(POLYNICE, THERSANDRE)
- Parricide(OEDIPE)
- ¬Parricide(THERSANDRE)
- Parricide(POLYNICE)

On peut déduire:

POLYNICE est un enfant de JOCASTE qui est un parricide et qui a lui-même un enfant, THERSANDRE, qui n'est pas un parricide

Exemple d'inférence (suite)

Supposons que POLYNICE n'est pas un parricide

- aEnfant(JOCASTE, OEDIPE)
- aEnfant(JOCASTE, POLYNICE)
- aEnfant(OEDIPE, POLYNICE)
- aEnfant(POLYNICE, THERSANDRE)
- Parricide(OEDIPE)
- ¬Parricide(THERSANDRE)
- ¬Parricide(POLYNICE)

On peut déduire:

OEDIPE est un enfant de JOCASTE qui est un parricide et qui a lui-même un enfant, POLYNICE, qui n'est pas un parricide

Exemple d'inférence (suite)

Quelle que soit la situation, le fait suivant est toujours vrai:

$$\exists \text{aEnfant}.(\text{Parricide} \sqcap \exists \text{aEnfant}.\neg \text{Parricide}))(\text{JOCASTE})$$

Algorithmes d'inférence

- Deux méthodes essentiellement:
  - Subsomption structurelle
  - Tableaux