

MÉTHODES NUMÉRIQUES
POUR
ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES
LABORATOIRE I

Directives: *Cette séance de laboratoire vous permettra de vous familiariser avec la programmation MATLAB et les fonctionnalités graphiques de ce logiciel. Nous vous invitons fortement à lire le guide d'introduction à MATLAB, disponible sur le site Internet du cours, avant de tenter de faire ces exercices.*

Opérations composante par composante

1. L'objectif de cette question est de mieux comprendre les notions d'erreurs absolues et relatives. Il existe une approximation bien connue du factoriel

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

trouvé par Stirling et qui montre que

$$S_n = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n.$$

- (a) Construisez un vecteur `factoriel` contenant les nombres

$$1!, 2!, 3!, \dots, 13!.$$

Indice: Utiliser la fonction « `factorial` » ou « `prod` ».

- (b) Construisez un vecteur `stirling` contenant les nombres

$$S_1, S_2, S_3, \dots, S_{13}.$$

Indice: Utiliser les opérateurs « `.` », « `./` » et « `.^` ».*

- (c) Pour $n = 1, 2, \dots, 13$, construisez deux vecteurs contenant respectivement les erreurs absolues $|n! - S_n|$ et les erreurs relatives $|n! - S_n|/n!$.

Indice: Utiliser l'opérateur « `./` ».

- (d) Commentez sur la qualité de l'erreur en fonction de n .

Les graphiques

Dans cet exercice, veuillez insérer un titre, identifier vos axes (ordonnée,abscisse) et utiliser des symboles différents pour tracer vos courbes et finalement identifier vos courbes.

2. Soit le développement de Taylor de la fonction $\arctan(x)$ autour de 0:

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11} + \dots$$

- (a) Après avoir identifié les polynômes de Taylor de degré 1, 3 et 5, noté $P_1(x)$, $P_3(x)$, $P_5(x)$, tracer sur un même graphique la fonction $\arctan(x)$ et ses polynômes : $P_1(x)$, $P_3(x)$, $P_5(x)$ sur l'intervalle $[-1, 1]$.
- (b) Tracer sur un même graphique, sur l'intervalle $[-1, 1]$, les fonctions erreurs

$$e_n(x) = |\arctan(x) - P_n(x)| \quad \text{pour } n = 1, 3 \text{ et } 5,$$

- (c) Commenter les résultats obtenus.

Indice: Utiliser les commandes `figure`, `plot`, `atan` et `abs`.

Guy Jomphe